

Die Magnetostriktion des Eisens in hohen Magnetfeldern

Von O. Rüdiger und H. Schlechtweg

(Mit 8 Abbildungen)

Einleitung

Die Erscheinungen des Ferromagnetismus in hohen Feldern lassen sich deuten durch die Vorstellung, daß der Werkstoff in einzelne Elementarbereiche aufgeteilt ist, die bis zur Sättigung spontan magnetisiert sind. Es läßt sich so jedem Bereich ein Vektor J zuordnen, der diese Magnetisierung charakterisiert. Bringt man jetzt den Körper in ein starkes Magnetfeld H , so sucht das Feld H den Vektor J in die Feldrichtung zu drehen bis im Zustande der technischen Sättigung J und H einander parallel sind. Bei den folgenden Betrachtungen beschränken wir uns auf solche Felder, bei denen *nur* diese Drehprozesse stattfinden; unsere Überlegungen beziehen sich also nicht auf Felder in der Größenordnung der Koerzitivkraft, bei denen sich der Magnetisierungsvorgang in Form von Wandverschiebungen der homogen bis zur Sättigung magnetisierten Bereiche abspielt.

Die Änderung der Magnetostriktion durch Drehprozesse wurde als Funktion der Feldstärke bzw. Parallelkomponente der Magnetisierung für den Fall des Eisens bereits berechnet für die ausgezeichneten Richtungen der Flächen- und Raumdiagonalen¹⁾. Das Ziel vorliegender Überlegungen ist die Verallgemeinerung dieses Ergebnisses auf beliebige Kristallrichtung, jedoch wurde hierzu die Einschränkung auf so hohe Felder vorgenommen, daß es genügt, das asymptotische Verhalten zu betrachten.

1. Die allgemeine Grundlage

Wenn ein ferromagnetischer Stoff in ein sehr großes Magnetfeld gebracht wird, so sind die auftretenden Vorgänge durch eine Energiebilanz charakterisiert. Die Arbeit, die man aufwenden muß, um einen Körper in das Feld H zu bringen und ihm dadurch eine bestimmte Magnetisierung J zu erteilen, läßt sich zerlegen in 2 Teil-

1) R. Becker u. W. Döring, Ferromagnetismus, Berlin 1939. S. 286.

beträge, eine äußere und eine innere Energie. Die äußere Energie, die durch das skalare Produkt

$$(1,1) \quad F_a = - (HJ) = - H \cdot J_\infty \cos \angle (HJ)$$

dargestellt wird, ist die im Sinn der Thermodynamik verstandene Arbeit¹⁾, die man gewinnt, wenn man den Körper, der die Magnetisierung J besitzt, von einem feldfreien Raum bei unveränderter Magnetisierung J in das Feld H bringt. Die innere Energie, die aufzuwenden ist, um im feldfreien Raum auf irgendeine Weise, etwa durch irgendwelchen äußeren Eingriff den Körper ferromagnetisch zu machen, d. h. in ihm die spontane Magnetisierung J_∞ in einer gewissen Kristallrichtung, gegeben durch die Richtungscosinus $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, zu erzeugen, gliedert sich in 3 Teilbeträge. Der erste ist die rein magnetische Energie

$$(1,2) \quad F_m = K \sum_{i < K} \alpha_i^2 \alpha_K^2.$$

Da mit dem Entstehen des Ferromagnetismus eine Verzerrung des Kristallgitters verbunden ist, so erhält man noch eine magnetoelastische Energie:

$$(1,3) \quad F_{me} = s \sum_{i=1}^3 S_{ii} \left(\alpha_i^2 - \frac{1}{3} \right) + 2p \sum_{i < K} S_{iK} \alpha_i \alpha_K$$

und eine elastische:

$$(1,4) \quad F_e = \frac{C_1}{2} \left(\sum_{i=1}^3 S_{ii} \right)^2 + C_2 \sum_{i=1}^3 S_{ii}^2 + 2C_3 \sum_{i < K} S_{iK}^2,$$

S und p sind dabei Konstanten, die mit der Magnetostriktion zusammenhängen; C_1, C_2, C_3 sind Elastizitätsmoduln, die sich aus den Voigtschen Moduln bestimmen lassen, K bedeutet die Anisotropie-Energie.

Der in großem Magnetfeld sich einstellende Gleichgewichtszustand wird beschrieben durch die Forderung:

$$(1,5) \quad F \equiv F_a + F_m + F_{me} + F_e = \text{Minimum},$$

d. h. Magnetisierungsrichtung und Verzerrung bilden sich so aus, daß diese Forderung erfüllt ist. Dies führt auf die Bedingungen:

$$\frac{\partial F}{\partial S_{iK}} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \alpha_i} = 0.$$

1) Vgl. hierzu R. Gans, Schrift d. Königsberg. Gel. Ges., Nat. Kl., 8. H. 2. S. 33. 1931.

oder

$$(1,6) \quad \frac{\partial}{\partial S_{eK}} (F_{me} + F_e) = 0$$

und

$$(1,7) \quad \frac{\partial F}{\partial \alpha_i} = 0.$$

Die Erfüllung der Bedingungen (1,6) liefert den folgenden Deformationstensor¹⁾:

$$(1,8) \quad \gamma = \begin{pmatrix} -\frac{s}{2C_2} \left(\alpha_1^2 - \frac{1}{3} \right), & -\frac{p}{2C_3} \alpha_1 \alpha_2, & -\frac{p}{2C_3} \alpha_1 \alpha_3, \\ -\frac{p}{2C_3} \alpha_2 \alpha_1, & -\frac{s}{2C_2} \left(\alpha_2^2 - \frac{1}{3} \right), & -\frac{p}{2C_3} \alpha_2 \alpha_3, \\ -\frac{p}{2C_3} \alpha_3 \alpha_1, & -\frac{p}{2C_3} \alpha_3 \alpha_2, & -\frac{s}{2C_2} \left(\alpha_3^2 - \frac{1}{3} \right) \end{pmatrix}.$$

Es werde nun noch die *magnetostruktive Längenänderung* einer stabförmigen Einkristallprobe im Magnetfeld betrachtet. Für 2 Punkte der Probe, die um die Entfernung l in Richtung der Stabachse, die zugleich Feldrichtung ist, auseinander liegen, hat man eine relative Längenänderung von der Größe²⁾:

$$\frac{\delta l}{l} = \frac{1}{l^2} \sum_{i=1}^3 x_i \delta x_i,$$

wobei die x_i die Koordinatendifferenzen der beiden betrachteten Punkte sind, bezogen auf das kubische Kristallgitter als Koordinatensystem. Unter Annahme homogener Verzerrung ist

$$\delta x_i = \sum_{K=1}^3 S_{iK} x_K$$

zu setzen. Bedeuten $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ die Richtungskosinus des Feldes H in diesem System, so ist

$$x_i = \beta_i l$$

und man erhält

$$\frac{\delta l}{l} = \sum_{i,K=1}^3 S_{iK} \beta_i \beta_K.$$

1) Vgl. hierzu H. Schlechtweg, Ann. d. Phys. [5] 28. S. 701. 1937.

2) Vgl. hierzu R. Becker, Ztschr. f. Phys. 62. S. 253. 1930.

Dabei sind die S_{iK} gemäß (1,8) als Funktionen der α_i einzusetzen, woraus man erhält¹⁾:

$$(1,9) \quad \frac{\delta l}{l} = \frac{s}{6C_2} - \frac{s}{2C_2} \sum_{i=1}^3 \alpha_i^2 \beta_i^2 - \frac{p}{C_3} \sum_{i < K} \alpha_i \alpha_K \beta_i \beta_K.$$

Über die *physikalische Realität* dieses Ausdruckes ist folgendes zu bemerken. Er wurde abgeleitet aus einer Betrachtung über die Energie, die man braucht, um den Stoff ferromagnetisch zu machen in einem großen Feld, wo er praktisch nur aus einem einzigen Elementarbereich besteht; dieses „ferromagnetisch machen“ ist dabei, wie oben betont, in einem rein thermodynamischen Sinn zu verstehen, ist demgemäß als durch irgendeinen äußeren Eingriff, Parallelrichtung der Spins, hervorgerufen zu betrachten. Infolgedessen ist, streng genommen, die durch (1,9) dargestellte Längenänderung selbst physikalisch nicht beobachtbar, da sie als Folge dieses äußeren Eingriffs entsteht. — Nun sind aber die α_i als Lösungen des Minimalproblems (1,7) Funktionen der Feldstärke H ; beobachtbar sind also nur *Magnetostruktionsdifferenzen* in hohen Feldern, z. B. solche in festen Richtungen und verschiedenen Beträgen der Feldstärke oder umgekehrt. Dies ist freilich auch nur richtig, wenn in den betrachteten großen Feldern tatsächlich keine Wandverschiebungsprozesse auftreten, die zu Magnetostruktion Veranlassung geben.

Wir werden daher im folgenden auch die in (1,9) noch vorkommenden Konstanten nur aus Differenzen von Magnetostruktionsmessungen ermitteln. Im Fall der Sättigung ($\alpha_i = \beta_i$) läßt sich dies ohne weiteres durchführen; hier hat man

$$\frac{\delta l}{l} = -\frac{s}{3C_2} + \left(\frac{s}{C_2} - \frac{p}{C_3}\right) \sum_{i < K} \alpha_i^2 \alpha_K^2,$$

so daß wird

$$(1,10) \quad \lambda_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} - \lambda_{100} = +3(\lambda_{111} - \lambda_{100}) \sum_{i < K} \alpha_i^2 \alpha_K^2.$$

Für den Fall *endlicher* großer Felder ist zur Diskussion der Formel (1,9) noch die Kenntnis des Zusammenhanges der α_i und der β_i nötig.

2. Annäherungsgesetz der Magnetostruktion an die Sättigung für Einkristalle.

Die Ermittlung des Zusammenhanges der α_i mit den β_i , d. h. der Magnetisierungsrichtung mit dem Feldvektor ist aus dem Mini-

1) Dieser Ausdruck wurde auf Grund einer gittertheoretischen Überlegung bereits angegeben von N. Akulov, Z. f. Phys. 52. S. 398. 1928.

Minimumproblem (1,5) zu errechnen. In erster Näherung werde für die Berechnung des Zusammenhanges zwischen den α_i und den β_i die Summe von magnetoelastischer und elastischer Energie vernachlässigt gegenüber der magnetischen Energie. Um die Berechtigung dieser Annahme zu prüfen, seien diese drei Energiebeträge für die [111]-Richtung berechnet, und zwar gerechnet relativ zu ihren Werten in der Richtung [100]. Es wird

$$(2,1) \quad \begin{cases} F_{me/111} = -\frac{p^2}{3C_3}, & F_{me/100} = -\frac{s^2}{3C_2}, \\ F_{e/111} = \frac{p^2}{6C_3}, & F_{e/100} = \frac{s^2}{6C_2}, \\ F_{m\epsilon/111} = \frac{K}{3}, & F_{m\epsilon/100} = 0. \end{cases}$$

Bildet man nun die Differenzen hiervon, so sieht man, daß die Kenntnis von s und p selbst nötig ist; man kommt also hier nicht aus mit den nach (1,10) zu berechnenden Differenzen der $\frac{s}{C_2}$ und $\frac{p}{C_3}$. Benutzt man nun die Beziehung $\lambda_{100} = -\frac{s}{3C_2}$, so benutzt man einen Absolutwert der Magnetostriktion, und nicht eine Differenz von solchen; es ist daher angebracht, nach Ermittlung von s und p aus Differenzmessungen bei hohen Feldern sich nachträglich nochmals von der Berechtigung der Vernachlässigbarkeit der magnetoelastischen und elastischen Energie zu überzeugen. Unter Benutzung des genannten Absolutwertes wird für den Fall des Eisens mit¹⁾

$$K = 40 \cdot 10^4 \text{ erg/cm}^3,$$

$$C_2 = 0,48 \cdot 10^{12} \text{ dyn/cm}^2, \quad C_3 = 1,12 \cdot 10^{12} \text{ dyn/cm}^2,$$

sowie²⁾

$$\lambda_{100} = 25,5 \cdot 10^{-6}, \quad \lambda_{111} = 18,8 \cdot 10^{-6}.$$

$$F_{me/111} - F_{me/100} = -0,03 \cdot 10^4 \text{ erg/cm}^3,$$

$$F_{e/111} - F_{e/100} = 0,015 \cdot 10^4 \text{ erg/cm}^3.$$

Wie man ohne weiteres sieht, wird die Summe der letzten beiden Glieder klein gegen

$$F_{m/111} - F_{m/100} = \frac{K}{3} = 13,3 \cdot 10^4 \text{ erg/cm}^3.$$

Die Lösung des Minimumproblems

$$(2,2) \quad F_a + F_m = \text{Minimum}$$

1) Vgl. hierzu z. B. die Zusammenstellung bei R. Becker u. W. Döring, Ferromagnetismus, Berlin 1939, S. 123, 143.

2) R. Becker u. W. Döring, a. a. O., S. 280.

unter der Nebenbedingung

$$\sum_{i=2}^3 \alpha_i^2 = 1,$$

d. h. die Betrachtung des Problems

$$F_a + F_m + \frac{\lambda}{2} \sum_{i=1}^3 \alpha_i^2 = \text{Minimum},$$

liefert für die Koeffizienten A_i der in großen Feldern gut konvergenten Entwicklung

$$\alpha_i = \beta_i + \frac{1}{h} A_i + \dots, \quad \frac{\lambda}{h} = 1 + \frac{A_1}{h} + \frac{A_2}{h^2} + \dots,$$

wobei

$$h = \frac{H J_\infty}{K},$$

das dimensionslos gemachte Feld ist, den Wert

$$A_i = -2\beta_i(\beta_1^4 + \beta_2^4 + \beta_3^4 - \beta_i^2).$$

Also hat man

$$(2,3) \quad \alpha_i = \beta_i - \frac{2}{h} \beta_i(\beta_1^4 + \beta_2^4 + \beta_3^4 - \beta_i^2).$$

Während bis jetzt das asymptotische Verhalten im Gebiet großer Felder bekannt ist, für die Parallelkomponente der Magnetisierung¹⁾, für die Normalkomponente²⁾ und den Grenzwert des Drehmomentes im unendlichen Feld³⁾, wird nun im folgenden das asymptotische Verhalten der Längsmagnetostriktion untersucht. Es sind nun die beiden in (1,9) vorkommenden Summen zu berechnen; setzt man (2,3) ein, so ergeben sich, wenn nur bis zu den Gliedern der Größenordnung $\frac{1}{h}$ gegangen wird, als asymptotische Ausdrücke:

1) R. Gans, Ann. d. Phys. [5] 15. S. 35. 1932; R. Becker u. W. Döring, a. a. O. S. 168; W. Steinhaus, A. Kussmann u. E. Schoen, Phys. Ztschr. 38. S. 777. 1937; H. Polley, Ann. d. Phys. [5] 36. S. 625. 1939.

2) H. Schlechtweg, Ann. d. Phys. [5] 27. S. 586. 1936; L. P. Tarasov, Phys. Rev. 56. S. 1224. 1939.

3) H. Mussmann u. H. Schlechtweg, Ann. d. Phys. [5] 32. S. 290 1938; Forschungsber. Krupp 1. S. 161. 1938. Daß sich für kristallographisch verschieden orientierte Proben gleichen Werkstoffs dabei keine Widersprüche ergeben, wurde an dem Beispiel einer Eisen-Silizium-Legierung gezeigt durch den Vergleich der Werte, die man für die Anisotropie K aus Beobachtung des Drehmomentes in der Würfebene und der (123)-Ebene (Translationsebene) erhält. Vgl. hierzu H. Schlechtweg, Ann. d. Phys. [5] 27. S. 594. 1936.

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i^2 \beta_i^2 = \sum_{i=1}^3 \beta_i^4 - \frac{4}{h} \sum_{i=1}^3 \beta_i^4 (\beta_1^4 + \beta_2^4 + \beta_3^4 - \beta_i^2).$$

$$\sum_{i < K} \alpha_i \alpha_K \beta_i \beta_K = \sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2 - \frac{2}{h}$$

$$\cdot \sum_{i < K} \{ \beta_i^2 \beta_K^2 (\beta_1^4 + \beta_2^4 + \beta_3^4 - \beta_K^2) + \beta_i^2 \beta_K^2 (\beta_1^4 + \beta_2^4 + \beta_3^4 - \beta_i^2) \}.$$

Schreibt man die letzte Summe explizit an, so sieht man, daß sie sich in folgender Form darstellen läßt:

$$\sum_{i < K} \alpha_i \alpha_K \beta_i \beta_K = \sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2 - \frac{2}{h} \sum_i \beta_i^2 (1 - \beta_i^2) (\beta_1^4 + \beta_2^4 + \beta_3^4 - \beta_i^2).$$

In dem Ausdruck für $\sum_{i=1}^3 \alpha_i^2 \beta_i^2$ läßt die bei $\frac{4}{h}$ stehende Summe sich noch umformen:

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i^2 \beta_i^2 = \sum_{i=1}^3 \beta_i^4 + \frac{4}{h} \sum_{i=1}^3 \beta_i^2 (1 - \beta_i^2) (\beta_1^4 + \beta_2^4 + \beta_3^4 - \beta_i^2).$$

Unter Benutzung dieser Summen liefert (1,9) für die Magnetostriktion:

$$\frac{\delta l}{l} = \frac{s}{6 C_2} - \frac{s}{2 C_2} \sum_{i=1}^3 \beta_i^4 - \frac{p}{C_3} \sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2$$

$$- \frac{2}{h} \left(\frac{s}{C_2} - \frac{p}{C_3} \right) \sum_{i=1}^3 \beta_i^2 (1 - \beta_i^2) (\beta_1^4 + \beta_2^4 + \beta_3^4 - \beta_i^2).$$

Da

$$(2,4) \quad \sum_{i=1}^3 \beta_i^4 = 1 - 2 \sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2$$

ist, so ergibt sich

$$(2,5) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\delta l}{l} &= - \frac{s}{3 C_2} + \left(\frac{s}{C_2} - \frac{p}{C_3} \right) \sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2 \\ &- \frac{2}{h} \left(\frac{s}{C_2} - \frac{p}{C_3} \right) \sum_{i=1}^3 \beta_i^2 (1 - \beta_i^2) (\beta_1^4 + \beta_2^4 + \beta_3^4 - \beta_i^2). \end{aligned} \right.$$

Bevor weitere Folgerungen aus diesem Annäherungsgesetz der Magnetostriktion an die Sättigung — es ist bemerkenswerterweise ein $1/H$ -Gesetz — gezogen werden, soll zunächst die im Faktor

von $-\frac{1}{h}$ stehende Summe in eine andere Form gebracht werden; wir bezeichnen sie zu diesem Zweck abkürzend mit B . Es wird

$$B = (\beta_1^4 + \beta_2^4 + \beta_3^4) \sum_{i=1}^3 \beta_i^2 (1 - \beta_i^2) - \sum_{i=1}^3 \beta_i^4 (1 - \beta_i^2).$$

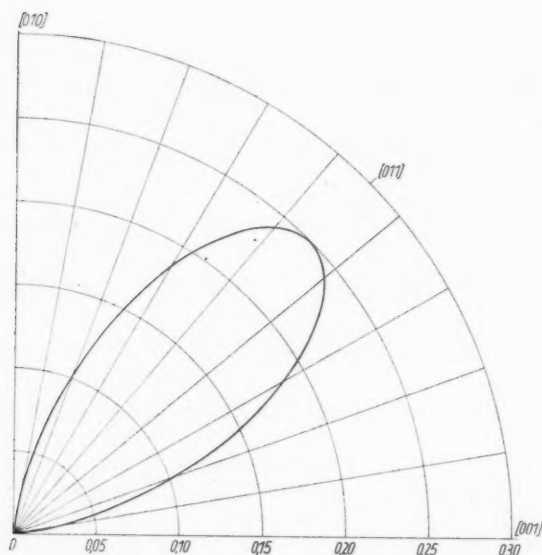


Abb. 1. $\sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2$ in der Würfелеbene (100).

$$\left(\sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2 = \frac{1}{4} \sin^2 2\varphi \right)$$

Hierin wird $\sum_{i=1}^3 \beta_i^4$ ersetzt nach (2,4). Die Summe $\sum_{i=1}^3 \beta_i^6$ läßt sich darstellen durch Ausrechnung von $(\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2)^3$; dann erhält man

$$\sum_{i=1}^3 \beta_i^6 = 1 - 3 \sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2 + 3 \beta_1^2 \beta_2^2 \beta_3^2.$$

Es wird dann

$$B = \sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2 - 5 \beta_1^2 \beta_2^2 \beta_3^2 - 4 \sum_{i < K} \beta_i^4 \beta_K^4.$$

Somit hat man für das Annäherungsgesetz an Stelle von (2,5) auch noch die Form:

$$(2,6) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\delta l}{l} &= \frac{s}{3C_4} + \left(\frac{s}{C_2} - \frac{p}{C_3} \right) \sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2 \\ &- \frac{2}{h} \left(\frac{s}{C_2} - \frac{p}{C_3} \right) \left\{ \sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2 - 5\beta_1^2 \beta_2^2 \beta_3^2 - 4 \sum_{i < K} \beta_i^4 \beta_K^4 \right\}. \end{aligned} \right.$$

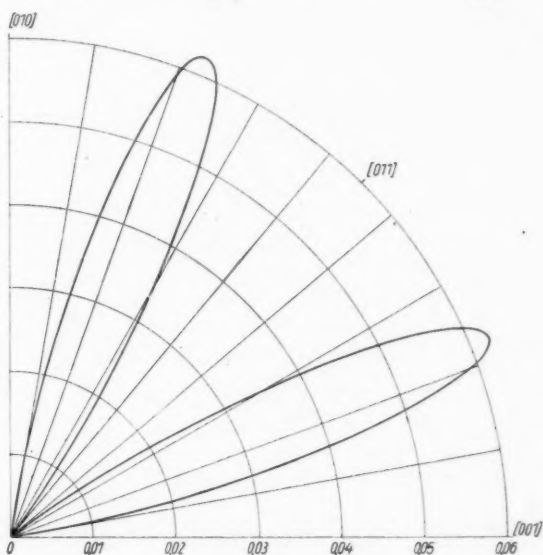


Abb. 2. Der Orientierungsfaktor B des $1/h$ -Gesetzes in der Würfebene (100).

$$\left(B = \frac{1}{16} \sin^4 4\varphi \right)$$

In den Abb. 1 und 3 ist die den asymptotischen Endwert der Magnetostraktion bestimmende Summe $\sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2$ aufgetragen für die

Würfel- bzw. Dodekaederebene und in Abb. 2 und 4 der bei dem Glied $1/h$ in der geschweiften Klammer stehende Orientierungsausdruck B . Der Vergleich mit dem Versuch ist dann so vorzunehmen, daß erstens Differenzen der Sättigungswerte der Magnetostraktion in den verschiedenen Richtungen des Kristallgitters gebildet werden und zweitens die Differenzen der Anstiege betrachtet werden.

An Versuchen liegen die von Honda und Mashiyama¹⁾ vor. Die wahren Felder gehen dabei bis etwa 600 Oe. Abb. 5 und 6 zeigen die von jenen Verff. erhaltenen Versuchsergebnisse, aufgetragen als Funktion der reziproken Feldstärke. Wie Abb. 2 und 4 zeigen, müssen die zur Würfelkante, Flächen- und Raumdiagonalen gehörigen Kurven der Abb. 5 und 6 der Theorie nach horizontal in den

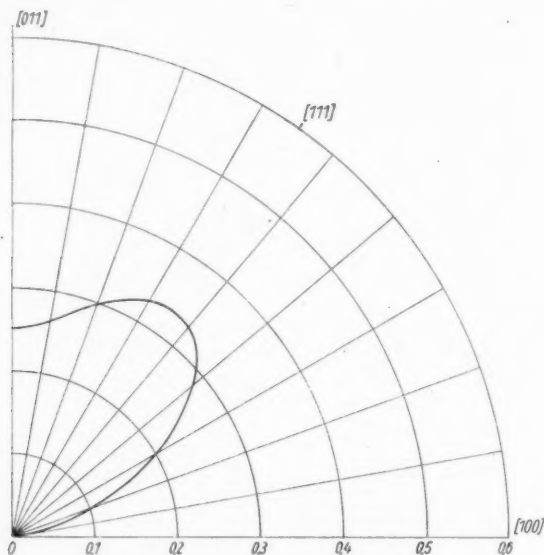


Abb. 3. $\sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2$ in der Dodekaederebene (011).

$$\left(\sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2 = \frac{1}{4} \sin^4 \varphi + \frac{1}{4} \sin^2 2\varphi \right)$$

Sättigungswert einmünden. Man erkennt jedoch, daß die experimentell verwendeten Felder zu klein waren, um eine solche Behauptung hiermit als durch den Versuch geprüft ansehen zu können. Die früher²⁾ ausgesprochene Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch muß also bei Anlegung dieses strengeren Maßstabes als fraglich erscheinen. Um bei dem heutigen Stande des vorliegenden Versuchsmaterials eine wenigstens ungefähre Aussage zu bekommen über das Verhältnis des

1) K. Honda u. Y. Mashiyama, Sc. Rep. Tohoku Imp. Univ. 15. S. 755. 1926.

2) R. Gans u. J. v. Harlem, Ann. d. Phys. [5] 16. S. 162. 1933.

Experimentes zu der hier, auf Grund reiner Drehprozesse entwickelten Theorie, wurden die in Abb. 5 und 6 aufgetragenen Ergebnisse einmal versuchsweise im $1/H$ -Koordinatensystem linear auf den Sättigungszustand extrapoliert. Setzt man $\frac{\delta l}{l} = \lambda$ und bezeichnet den extrapolierten Sättigungswert in Richtung φ mit λ_φ^∞ , so erhält man

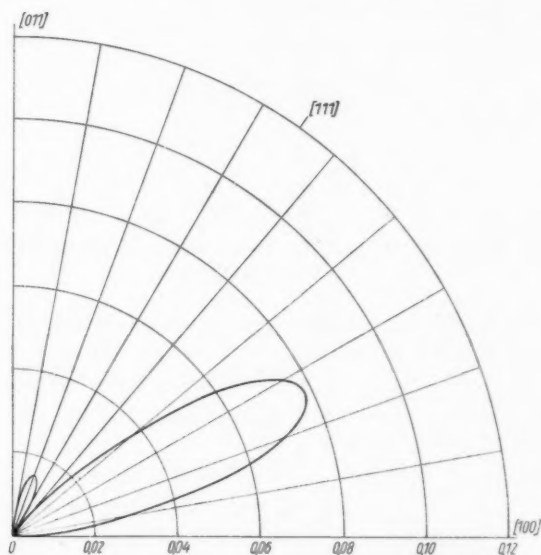


Abb. 4. Der Orientierungsfaktor B des $1/h$ -Gesetzes in der Dodekaederebene (011).

$$\left(B = \frac{1}{4} \sin^4 \varphi + \frac{1}{4} \sin^2 2\varphi - \frac{5}{16} \sin^2 \varphi \sin^2 2\varphi - \frac{1}{8} \sin^4 2\varphi - \frac{1}{4} \sin^8 \varphi \right)$$

für die Würfelebene die in folgender Tab. 1 niedergelegten Werte. Aus den Differenzen $\lambda_0^\infty - \lambda_\varphi^\infty$ errechnet man dann mit Hilfe von Formel (2,6) die in Tab. 1 angegebenen Werte von $\frac{s}{C_2} - \frac{p}{C_3}$. Es ist denkbar, daß die Streuung zwischen $-104 \cdot 10^{-6}$ und $-138 \cdot 10^{-6}$ sich verringern würde, wenn man Messungen bei höheren Feldern zur Verfügung hätte. Bei Betrachtung der in den Richtungen der Dodekaederebene erhaltenen Messungen fällt zunächst auf, daß die dort in Richtung der Würfelkanten und Flächendiagonalen erhaltenen Ergebnisse nicht übereinstimmen mit den Ergebnissen in der Würfelebene; die in beiden Fällen von Honda und Mashiyama benutzten

Ellipsoide sind also nicht als aus Werkstoffen mit denselben magnetoelastischen Konstanten bestehend anzusehen. Betrachtet man jetzt

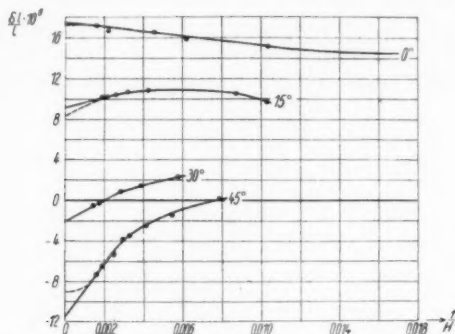


Abb. 5. Das beobachtete, asymptotische Verhalten der Magnetostruktion in der Würfелеbene

die in den verschiedenen Richtungen der Dodekaederebene unter sich erhaltenen Ergebnisse, so findet man wieder (vgl. Tab. 2) eine verhältnismäßig große Streuung unter den

Werten von $\frac{s}{C_2} - \frac{p}{C_3}$. Auch die von

der Konstanten $\frac{s}{C_2} - \frac{p}{C_3}$ unabhängigen, rein durch die kristallographische Orientierung bestimmten Ver-

hältnisse $\frac{\lambda_0^\infty - \lambda_\varphi^\infty}{\lambda_0^\infty - \lambda_{15}^\infty}$ weisen beim Ver-

gleich zwischen Versuch und Theorie noch einige Schwankungen auf (vgl. Tabellen 1 und 2), die ebenfalls in der Verwendung zu niedriger Magnetfelder begründet sein können. — Die Steigungsfaktoren $\tan \alpha$ des asymptotischen Verhaltens wurden theoretisch berechnet mit dem Mittelwert, der

für $\frac{s}{C_2} - \frac{p}{C_3}$ gefunden wurde aus dem Verhalten bei Sättigung; dieser Mittelwert beträgt für die in der Würfелеbene gemessenen Proben $-119 \cdot 10^{-6}$ und für die in der

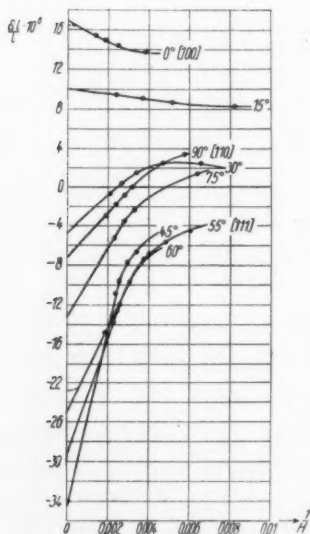


Abb. 6. Das beobachtete, asymptotische Verhalten der Magnetostruktion in der Dodekaederebene

Tabelle 1
Vergleich zwischen Theorie und Versuch in der Würfelfläche

φ in °	$(\lambda_0^\infty - \lambda_\varphi^\infty) \cdot 10^6$	$\left(\frac{s}{C_2} - \frac{p}{C_3}\right) \cdot 10^6$	$\left(\frac{\lambda_0^\infty - \lambda_\varphi^\infty}{\lambda_0^\infty - \lambda_{15}^\infty}\right)_{\text{exp.}}$	$\left(\frac{\lambda_0^\infty - \lambda_\varphi^\infty}{\lambda_0^\infty - \lambda_{15}^\infty}\right)_{\text{theor.}}$	$(\text{tg } \alpha)_{\text{exp.}}$	$(\text{tg } \alpha)_{\text{theor.}}$
15	8,3	-138	—	—	0,0005	0,0019
30	19,5	-104	2,35	3,14	0,0010	0,0019
45	28,9	-115	3,48	4,16	—	—

Tabelle 2
Vergleich zwischen Theorie und Versuch in der Dodekaederebene

φ in °	$(\lambda_0^\infty - \lambda_\varphi^\infty) \cdot 10^6$	$\left(\frac{s}{C_2} - \frac{p}{C_3}\right) \cdot 10^6$	$\left(\frac{\lambda_0^\infty - \lambda_\varphi^\infty}{\lambda_0^\infty - \lambda_{15}^\infty}\right)_{\text{exp.}}$	$\left(\frac{\lambda_0^\infty - \lambda_\varphi^\infty}{\lambda_0^\infty - \lambda_{15}^\infty}\right)_{\text{theor.}}$	$(\text{tg } \alpha)_{\text{exp.}}$	$(\text{tg } \alpha)_{\text{theor.}}$
15	6,8	-106	—	—	-0,00002	0,0028
30	-21,6	-94	3,18	3,60	0,00019	0,0042
45	-49,6	-157	7,3	4,67	0,0009	0,0012
55	-39,8	-120	5,85	5,18	0,00043	0,0038
60	-44,0	-134	6,5	5,13	0,00038	0,00054
75	-29,8	-106	4,38	4,38	0,00035	0,00071
90	-24,0	-96	3,52	3,91	—	—

Dodekaederebene gemessenen $-117 \cdot 10^{-6}$. Der in Tab. 1 eingeklammerte Wert wurde durch die in Abb. 5 für $\varphi = 15$ gestrichelt gezeichnete Art der Extrapolation erhalten. Die Übereinstimmung mit dem Versuch ist hier zum Teil ganz gut.

3. Asymptotisches Verhalten der Magnetostriktion bei quasitropen Vielkristallen

Um das asymptotische Verhalten im Fall eines Haufwerkes regellos orientierter Kristalle kennenzulernen, ist der Ausdruck (2,6) für die Magnetostriktion des Einkristalls über die verschiedenen

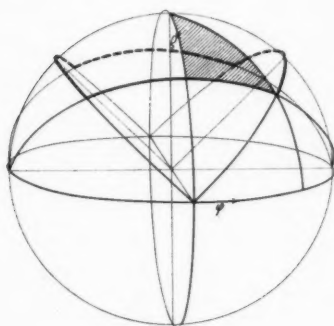


Abb. 7. Teil der Zackenhaube als Integrationsbereich

kristallographischen Lagen des Feldes zu mitteln. Da beim Eisen die Würfelkanten des Kristallgitters die Richtungen größter Magnetostriktion sind, ein Fall, auf den wir uns hier beschränken wollen, so bringt die Umgebung einer bestimmten Würfelkante jeweils denselben Beitrag zur Magnetostriktion wie die Umgebung einer anderen Würfelkante; man kann sich daher bei der Mittelung auf die Umgebung einer einzigen Würfelkante beschränken, die man erhält, indem man auf der Einheitskugel die Punkte der Umgebung einer be-

stimmten Würfelkante gegen die Umgebung einer anderen durch Winkelhalbierende abgrenzt; man erhält auf diese Weise als denjenigen Bereich, über den zu mitteln ist, die in Abb. 7 stark umrandete Zackenhaube¹⁾. Wie man ohne weiteres sieht, genügt es, sich dabei auf den schraffiert gezeichneten Teilbereich zu beschränken, da die anderen, entsprechend gebildeten Teilbereiche dasselbe liefern. Die Grenzen der Integration sind also gegeben durch

$$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4},$$

$$0 \leq \varrho \leq \arccos \left(\frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 + \cos^2 \varphi}} \right),$$

wobei ϱ den Winkel gegen die betreffende Würfelkante bedeutet. Der Flächeninhalt dieses Integrationsbereiches ist, wie die Anschauung zeigt, $\pi/12$. Man hat dann

$$\beta_1 = \sin \varrho \cos \varphi, \quad \beta_2 = \sin \varrho \sin \varphi, \quad \beta_3 = \cos \varrho.$$

1) Vgl. R. Gans, Ann. d. Phys. [5] 15. S. 35. 1932.

Für die Berechnung der Magnetostriktion werde der Ausdruck (2,5) verwendet; für den Vielkristall gilt

$$(3,1) \quad \lambda = \frac{12}{\pi} \int_0^{\pi/4} d\varphi \int_0^{\bar{\varphi}} d\varrho \sin \varrho \frac{\delta l}{l},$$

wobei

$$\cos \bar{\varrho} = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 + \cos^2 \varphi}}.$$

Man hat nunmehr die beiden in (2,6) vorkommenden Summen zu mitteln. Die erste hat den Wert

$$(3,2) \quad \sum_{i < k} \beta_i^2 \beta_k^2 = \sin^4 \varrho \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \sin^2 \varrho \cos^2 \varphi,$$

die zweite

$$(3,3) \quad \begin{cases} \sin^4 \varrho \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \sin^2 \varrho \cos^2 \varphi \\ - 5 \sin^4 \varrho \cos^2 \varrho \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \\ - 4 \{ \sin^6 \varrho \sin^4 \varphi \cos^4 \varphi \\ + \sin^4 \varrho \cos^4 \varrho \cos^4 \varphi \\ + \sin^4 \varrho \cos^4 \varrho \sin^4 \varphi \}. \end{cases}$$

Man hat demnach Integrale des folgenden Typus zu berechnen:

$$(3,4) \quad \int_0^{\pi/4} d\varphi \int_0^{\bar{\varphi}} d\varrho \sin^{2m+1} \varrho \cos^{2n} \varrho \sin^{2p} \varphi \cos^2 \varphi.$$

Die Integration nach ϱ kann elementar ausgeführt werden; dabei kommt im Ergebnis $\sin \varrho$ in gerader Potenz und $\cos \varrho$ in ungerader vor, d. h. beim Einsetzen der Grenzen Ausdrücke der Form:

$$\sin^{2m} \bar{\varrho} \cos^{2n-1} \varrho \sin^{2p} \varphi \cos^2 \varphi.$$

Mit

$$\sin \bar{\varrho} = \frac{1}{\sqrt{1 + \cos^2 \varphi}}, \quad \cos \bar{\varrho} = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 + \cos^2 \varphi}}$$

ergeben sich hieraus Terme folgender Art:

$$\frac{\sin^{2p} \varphi \cos^{2r} \varphi}{(1 + \cos^2 \varphi)^{t + \frac{1}{2}}} \cos \varphi.$$

Unter Benutzung der Substitution $x = \sin \varphi$ handelt es sich dann um Integrale der Form

$$(3,5) \quad \int \frac{x^{2s} dx}{(2 - x^2)^{\frac{2t+1}{2}}},$$

für die sich Rekursionsformeln angeben lassen¹⁾.

1) Vgl. hierüber F. Dingeldey, Sammlung von Aufgaben der Differential- u. Integral-Rechnung II, Berlin 1923, S. 178.

Hieraus findet man für die aus (3,2) zu gewinnenden Integrale:

$$\int_0^{\pi/4} d\varphi \int_0^{\bar{\varrho}} d\varrho \sin^3 \varrho \cos^2 \varrho = \frac{1}{135} \sqrt{3} + \frac{\pi}{90},$$

$$\int_0^{\pi/4} d\varphi \int_0^{\bar{\varrho}} d\varrho \sin^5 \varrho \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi = -\frac{1}{135} \sqrt{3} + \frac{\pi}{180}.$$

Dann wird hieraus durch Addition der Mittelwert des zum Sättigungswert der Magnetostriktion gehörenden Orientierungsfaktors ermittelt (3,6):

$$(3,6) \quad \sum_{i < K} \beta_i^2 \beta_K^2 = \frac{1}{5}.$$

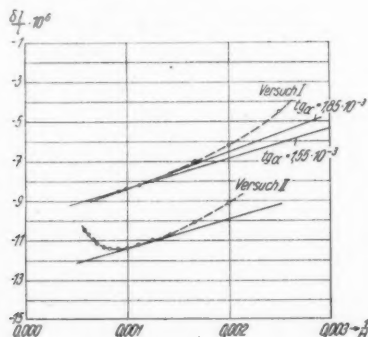


Abb. 8. Das beobachtete asymptotische Verhalten des Eisen-Vielkristalls nach eigenen Messungen

Gemäß (2,5) erhält man hieraus mit

$$\frac{s}{C_2} - \frac{p}{C_2} = -118 \cdot 10^{-6}; \quad -\frac{s}{3C_2} = 17 \cdot 10^{-6}$$

für den Sättigungswert der Magnetostriktion des Eisen-Vielkristalls:

$$\left(\frac{\delta l}{l} \right)_{\infty} = 17 \cdot 10^{-6} - 24 \cdot 10^{-6} = -7 \cdot 10^{-6}.$$

Dieser, theoretisch aus dem Verhalten des Einkristalls errechnete Wert stimmt hinreichend gut mit dem von Kornetzki¹⁾ gemessenen Wert $-8 \cdot 10^{-6}$ überein; sowie mit eigenen Messungen an zylindrischen Proben, die auf etwa $-9 \cdot 10^{-6}$ führten (vgl. Abb. 8). Besonders zu beachten ist hierbei, daß die zu dem Versuch benutzte Probe eine regellose Kornorientierung haben muß.

1) M. Kornetzki, Ztschr. f. Phys. 87. S. 576. 1933.

Es werde nunmehr noch das *asymptotische Verhalten* untersucht gemäß der Formel:

$$(3.7) \quad \frac{\delta l}{l} = \left(\frac{\delta l}{l} \right)_{\infty} - 2B \cdot \frac{K}{H J_{\infty}} \left(\frac{s}{C_4} - \frac{p}{C_3} \right).$$

Zur Bildung des Mittelwertes von B erhält man dann die folgenden Integrale:

$$\int_0^{\pi/4} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 \varrho \cos^2 \varrho d\varrho = \frac{\pi}{4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9},$$

$$\int_0^{\pi/4} d\varphi \sin^4 \varphi \cos^4 \varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^9 \varrho d\varrho = \frac{\pi}{4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} - \frac{402 \sqrt{3}}{2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9},$$

$$\int_0^{\pi/4} d\varphi \cos^4 \varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 \varrho \cos^4 \varrho d\varrho = \frac{\pi}{4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} - \frac{402 \sqrt{3}}{2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9} + \frac{2}{5 \cdot 7 \cdot 9},$$

$$\int_0^{\pi/4} d\varphi \sin^4 \varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 \varrho \cos^4 \varrho d\varrho = \frac{\pi}{4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} - \frac{804 \sqrt{3}}{2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9} - \frac{2}{5 \cdot 7 \cdot 9}.$$

Hieraus erhält man den gesuchten Mittelwert von B :

$$B = \frac{4}{3 \cdot 5 \cdot 7} = 0,0381.$$

Also wird das asymptotische Verhalten eines Vielkristalles mit den Würfelkanten als Richtungen größter Magnetostraktion dargestellt durch:

$$(3.8) \quad \frac{\delta l}{l} = -\frac{s}{3C_2} + \frac{1}{5} \left(\frac{s}{C_4} - \frac{p}{C_3} \right) \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5 \cdot 7} \frac{K}{J_{\infty}} \left(\frac{s}{C_4} - \frac{p}{C_3} \right) \frac{1}{H}.$$

Mit

$$K = 40 \cdot 10^4 \text{ erg/cm}^3, \quad \left(\frac{s}{C_4} - \frac{p}{C_3} \right) = -118 \cdot 10^{-6},$$

$J_{\infty} = 1720$ Gauss erhält man hieraus das $\frac{1}{H}$ -Gesetz für den Eisen-
viekristall:

$$\frac{\delta l}{l} = -7 \cdot 10^{-6} + 2,02 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{H}.$$

In Abb. 8 sind an experimentell erhaltenen Punkten des Versuches I zwei Geraden gelegt entsprechend dem $\frac{1}{H}$ -Gesetz (3,8); man erhält demnach an Stelle des Faktors $2,02 \cdot 10^{-3}$ vorstehender Beziehung ein wenig tiefer liegende Werte, die allein schon durch Unsicherheiten im Versuch bedingt sein können. Der Versuch II zeigt außer-

dem, daß die Überlagerung von wahrer Magnetisierung zu einem Wiederausteigen von $\frac{\delta l}{l}$ in hohen Feldern führt, so daß die Feststellung der Richtung der $\frac{1}{H}$ -Geraden etwas problematisch wird.

Zusammenfassung

Es wurde der Längseffekt der Magnetostraktion in Feldrichtung berechnet, und zwar insbesondere das asymptotische Verhalten in hohen Feldern und beliebiger kristallographischer Lage des Feldes. Der Zusammenhang zwischen dem Betrag der Feldstärke und Magnetisierungsrichtung wird gewonnen unter der im Fall des Eisens erlaubten Vernachlässigung der magnetoelastischen und elastischen Energie gegenüber der Kristallenergie. Der Vergleich mit bekannten Versuchen in Einkristallen zeigt, daß die bis jetzt verwendeten Feldstärken zu niedrig sind, um evtl. vorhandene Widersprüche zwischen Theorie und Versuch erkennen zu können. Die Mittelung für den Fall eines quasiisotropen Vielkristalles zeigt ebenfalls keine Widersprüche zwischen Versuch und Theorie für den Sättigungswert und das asymptotische Verhalten.

Essen, Versuchsanstalt der Fried.-Krupp-A.-G., Ende September 1940.

(Eingegangen 22. Oktober 1940)

im P
Seku
vor²⁾,
für e
Tatsa
der S
friedig
energi
bei g
daß d
behan
beit: d
elektre
sekunde
offenb
N
von ih
zesse
des G
1)
2)
38. auf
3)
über di
in der
zwischen

Über den Temperatureinfluß auf die Sekundärelektronenemission der Metalle
(Bemerkung zu einer Arbeit von W. Reichelt¹⁾)

Von R. Kollath

(Aus dem Forschungs-Institut der AEG)

(Mit 2 Abbildungen)

Ein Temperatureinfluß auf die Sekundärelektronenemission könnte im Prinzip in zweierlei Weise sich bemerkbar machen:

- a) auf die Zahl der bei verschiedenen Temperaturen aus dem Sekundärstrahlermaterial austretenden Sekundärelektronen,
- b) auf ihre Geschwindigkeitsverteilung.

Zu a) liegen bereits eine größere Anzahl von Untersuchungen vor²⁾, deren übereinstimmendes Ergebnis ist, daß ein solcher Einfluß für eine saubere, entgaste Metalloberfläche nicht vorliegt. Diese Tatsache wird bekanntlich mit der verhältnismäßig großen Energie der Sekundärelektronen (von der Größenordnung einiger Volt) befriedigend erklärt. Trotzdem könnte eine Verschiebung der Elektronenenergien innerhalb der Verteilung der Sekundärelektronenenergien bei gleichbleibender Gesamtmenge eintreten, und es ist erfreulich, daß diese zweite Frage durch W. Reichelt unmittelbar experimentell behandelt worden ist. Das Hauptresultat der Reicheltschen Arbeit: eine merkliche Erhöhung der mittleren Energie der Sekundärelektronen um durchschnittlich einige Volt bei Erwärmung der sekundärstrahlenden Schicht auf 1500°C, ist, wenn es sich bestätigt, offenbar von weittragender Bedeutung.

Nach Abb. 7 der Arbeit von Reichelt läßt sich der gesamte von ihm aufgefundene Temperatureinfluß in zwei verschiedene Prozesse zerlegen, die etwa zu gleichen Teilen an dem Zustandekommen des Gesamteffektes beteiligt sind³⁾:

1) W. Reichelt, Ann. d. Phys. [5] **38**, S. 293. 1940.

2) Vgl. die tabellarische Zusammenstellung bei R. Kollath, Phys. Ztschr. **38**, auf S. 209. 1937.

3) Reichelt will nach Abb. 7 seiner Arbeit keine quantitative Angabe über die Aufteilung des Gesamteffektes versuchen, gibt aber selbst den etwa in der Mitte des Kurvenabfalls liegenden Punkt D als die ungefähre Grenze zwischen beiden Teileffekten an.

1. ein beim Ausschalten der Heizung und der damit verbundenen schnellen Abkühlung des Wolframbandes sofort verschwindender Teil des Effektes,

2. während der Rest des Effektes erst im Verlaufe längerer Zeit, zuerst schnell, dann langsam abklingt.

Das langsame Abklingen unter 2. wird von Reichelt als langsam sich wiederEinstellender Ausgangszustand des Wolframbandes nach dem Erkalten (Gasbeladung) gedeutet. Ich habe versucht, den unter 1. angeführten Teileffekt an einer gegliihten Berylliumaufdampfschicht nachzuweisen. Es stand für diesen Zweck die Demonstrationsröhre vom Physikertag 1938 in Baden-Baden zur Verfügung¹⁾. Die Anordnung ist etwas anders als die von Reichelt insofern, als nur

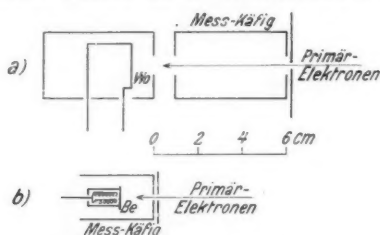


Abb. 1. Anordnung zur Messung von Gegenspannungskurven
a) nach Reichelt (a. a. O.), b) nach Kollath (diese Arbeit)
(in der Mitte gemeinsamer Maßstab zur Orientierung
über die geometrischen Abmessungen)

ein Käfig verwendet wird (Vergleich beider Meßanordnungen in Abb. 1). Doch müßte sich ein solch grober Effekt wie der vorliegende bei beiden Anordnungen zweifellos in ganz ähnlicher Weise zu erkennen geben, da hier wie dort letzten Endes die gemessene Gegenspannungskurve mit der Energieverteilungskurve nahe verwandt ist, wenn auch in beiden Fällen wegen der unreinen Feldverhältnisse sich wohl nicht direkt die Energieverteilungskurve selbst daraus erschließen läßt, worauf auch Reichelt bereits hinweist. Die benutzte Temperatur war maximal etwa 800°C ²⁾.

Das Ergebnis dieser Meßreihen ist in Abb. 2 wiedergegeben, die Kurvenhöhen sind wie bei Reichelt beim Gegenfeld 0 Volt aufeinandergelegt. Die Gegenspannungskurven für 20 und 800°C in Abb. 2 sind praktisch identisch. Um die Größenordnung der nach Reichelt zu erwartenden Verschiebung zu zeigen, wurde die

1) R. Kollath, Ztschr. f. techn. Phys. 19. S. 602. 1938.

2) Die Nachprüfung, daß thermische Elektronenemission noch keine Rolle spielt, ist hier ebenso wie seinerzeit im Baden-Badener Vortrag selbstverständlich durchgeführt worden.

Hälfte¹⁾ der von ihm für 900°C angegebenen Verschiebung in Abb. 2 durch waagerechte Pfeile mit eingetragen. Selbst wenn man eine gewisse Unsicherheit wegen der Aufteilung des Gesamteffektes (vgl. S. 19 Anm. 3) berücksichtigt, liegt ein entsprechender Effekt wie bei Reichelt hier also offenbar *nicht* vor.

Der negative Ausfall dieses Versuchs spricht zunächst nur gegen die *Deutung*, die Reichelt für die von ihm gefundene Verschiebung der Energieverteilung gibt. Wenn es sich nämlich bei der zu erwartenden durchschnittlichen Energieerhöhung der Sekundärelektronen um eine direkte Energiesteigerung infolge der Erhöhung der Temperatur des Sekundärstrahlmaterials wie bei der Glühemission gehandelt

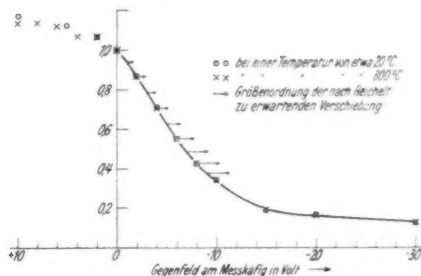


Abb. 2. Gegenspannungskurve der Sekundärelektronen an einer Berylliumaufdampfschicht

hätte, müßte ein solcher Einfluß sich zweifellos *unabhängig* vom Material des Sekundärstrahlers in gleicher Weise bei allen sekundärstrahlenden Materialien äußern. Die Deutung von Reichelt erscheint allerdings schon insofern etwas bedenklich, als die von ihm gefundene direkte Energiesteigerung größenordnungsmäßig die zu erwartende übertrifft, wenn man gleiche Energiesteigerung wie bei Glühelktronen annimmt (vgl. Tab. 1)²⁾.

Nach Wegfall der von Reichelt gegebenen Deutungsmöglichkeit kann man den Grund für die abweichenden Versuchsergebnisse in

1) Der oben unter 2. genannte trägheitsbehaftete Effekt konnte hier nicht beobachtet werden, weil bei der vorliegenden Röhre die Metallteile ausgeglüht, die Röhre selbst gut ausgeheizt, gegettert und abgeschmolzen war, so daß eine Beeinflussung der Energieverteilung durch Gasbeladung nicht möglich war.

2) Man könnte aus meinen eigenen Meßwerten (vgl. die Meßpunkte in Abb. 2 dieser Arbeit) den Schluß ziehen, daß nicht einmal eine kleine Energiesteigerung, entsprechend derjenigen für Glühelktronen, bei den Sekundärelektronen vorliegt; einen so weitgehenden Schluß glaube ich aber aus meinen Versuchsergebnissen nicht ziehen zu können, da hierfür viel eingehendere und genauere Messungen notwendig wären.

Tabelle 1

Verschiebung der Gegenspannungskurve nach höheren Energiewerten durch direkte Energiesteigerung beim Übergang von 20° auf 900°C

Bei einer Kurvenhöhe von	80 %	60 %	40 %	30 %
für Sekundärelektronen (exper. nach Reichelt, Abb. 5)	0,55	0,90	1,65	2,25 Volt
für Glühelktronen (ber. aus der Energieverteilung)	0,03 ₅	0,07 ₅	0,11	0,14 Volt

dem verschiedenen Sekundärstrahlmaterial sehen oder auf Unterschiede in den benutzten Apparaturen zurückzuführen versuchen. Erwähnenswert in letztgenannter Beziehung ist vielleicht, daß meine Messungen, auch für die Temperatur von 800°C , bei ausgeschaltetem Heizstrom erfolgen konnten, da die vorliegende Glühordnung eine große Wärmekapazität besaß und infolgedessen die Temperatur der sekundärstrahlenden Platte nach dem Ausschalten des Heizstroms genügend langsam abfiel. Diese Meßweise erwies sich nämlich im vorliegenden Fall als unbedingte Notwendigkeit, weil das Magnetfeld des Heizstroms eine erhebliche Verschiebung der Verteilungskurve mit sich brachte, obgleich die Heizung indirekt durch drei bifilar gewickelte Wendeln erfolgte, wie sie bei der indirekten Heizung von üblichen Verstärkerröhren Anwendung finden (vgl. Abb. 1). Reichelt hat selbst an den Einfluß des Magnetfeldes des Heizstroms bei seinem, auch während der Messung direkt geheizten Wolframband gedacht, glaubt aber, durch seine Kontrollen mit verschiedenen Hilfsfeldern nachgewiesen zu haben, daß dies sich in seinen Versuchen nicht störend bemerkbar macht. Meiner Ansicht nach hätte es einen wesentlich überzeugenderen Kontrollversuch gegeben, nämlich die Wiederholung der Messung bei gleichen Heizstromstärken, aber mit einem so dicken Wolframband, daß dieses trotz der verwendeten Heizstromstärken praktisch kalt geblieben wäre; in diesem Fall hätte der Effekt ausbleiben müssen.

Die Sicherstellung der Realität der Resultate von Reichelt ist zweifellos eine Aufgabe von außerordentlicher Wichtigkeit für die Sekundärelektronenforschung. Denn eine thermische Energiesteigerung der Sekundärelektronen in erheblich stärkerem Maße als für Glühelktronen, bei gleichzeitiger Konstanz der austretenden Sekundärelektronenzahl, müßte weitgehende Folgerungen für die Vorstellungen von diesem Emissionsmechanismus nach sich ziehen.

Berlin-Reinickendorf, den 18. Oktober 1940.

(Eingegangen 20. Oktober 1940)

**Zu R. Kollaths Bemerkung
über den Temperatureinfluß
auf die Sekundärelektronenemission der Metalle**

Von A. Becker

Die Arbeit von W. Reichelt¹⁾ stellt einen ersten systematischen Versuch dar, die Geschwindigkeitsverteilung der Sekundärelektronen eines Metalls bei Temperaturen zu verfolgen, bei denen gleichzeitig eine erhebliche Glühelektronenemission stattfindet. Um schwache Sekundärstrahlintensitäten einwandfrei elektrometrisch bei ausreichender Isolation messen zu können, mußte vorerst auf eine abschmelzbare Apparatur und ein völliges Entgasen derselben bei hoher Temperatur verzichtet werden. Es war daher von vorneherein mit so großen Schwierigkeiten zu rechnen, daß man nicht erwarten konnte, sogleich eine quantitativ abschließende Antwort auf die grundlegende Frage nach einer etwaigen Temperaturabhängigkeit der sekundären Geschwindigkeiten zu erhalten. Eine besondere Schwierigkeit für die Ausdeutung der Versuche lag in der Mitwirkung des Gaseinflusses, der eine Kurvenverschiebung nach höheren Geschwindigkeiten verursacht. Eine solche Verschiebung ist unzweifelhaft vorhanden nicht nur, solange die bestrahlte Folie stromdurchflossen ist, sondern auch nachher, wie schon früher von Langenwalter²⁾ eingehend gezeigt worden ist. Ein Schluß auf einen unmittelbaren Temperatureinfluß schien aber berechtigt auf Grund der Tatsache, daß die Kurvenverschiebung eine an den Temperaturabfall der Folie gebundene Änderung erfährt, die nach dem Ausfall prüfender Versuche nicht, wie Kollath vermutet, auf den Fortfall des Magnetfeldes des Heizstromes beim Ausschalten des letzteren zurückführbar ist. Diese in der Veröffentlichung ausdrücklich besprochene Prüfung durch elektrostatische Hilfsfelder muß zweifellos als überzeugend angesehen werden, da bei erheblicher künstlicher Beschleunigung der austretenden Elektronen ein Magnetfeldeinfluß notwendig bis zur Unmerklichkeit hätte herabgesetzt sein müssen. Es liegt aber auch, woran mich Reichelt nachträglich erinnert, ein Kontrollversuch ähnlicher Art vor, wie Kollath ihn

1) W. Reichelt, Ann. d. Phys. [5] 38. S. 293. 1940.

2) H. W. Langenwalter, Ann. d. Phys. [5] 24. S. 273. 1935.

wünscht. Im Lauf der Versuche wurde einmal ein zerbrochenes Wolframband durch ein dickeres Kupferband ersetzt und mit einem Strom beschickt, der im Wolframband allerdings nur eine Temperatur von etwa 700°C hervorgerufen hätte. Die in diesem Fall aufgenommene Gegenspannungskurve zeigte gegenüber der am kalten Wolfram erhaltenen keine nennenswerten Abweichungen. Schließlich kann erwähnt werden, daß die Heizung der Bänder ohne ersichtlichen Einfluß auf das Meßergebnis sowohl mit Gleichstrom als mit Wechselstrom durchgeführt worden ist.

Reichelt hat sich mit der mehr qualitativen Feststellung eines Temperatureinflusses auf die Sekundärgeschwindigkeiten begnügt und nicht versucht, die Anteile der beiden verschiedenen Ursachen einer Geschwindigkeitssteigerung der Sekundärelektronen quantitativ abzugrenzen. Es entspricht also nicht der Reicheltschen Arbeit, wenn die Wertezusammenstellung sowohl in der Abb. 2 wie in Tab. 1 der Kollathschen Bemerkung den Anschein erweckt, als behaupte Reichelt „eine thermische Energiesteigerung der Sekundärelektronen in erheblich stärkerem Maße als für Glühelektronen“.

Es ist zweifellos ein Vorteil der Anordnung Kollaths, daß Gaseinflüsse bei ihr weitgehend ausgeschaltet sind, wenn ihre Verwendbarkeit auch noch weit unter den von Reichelt benutzten Temperaturen zurückbleibt. Wie weit aber der gänzlich negative Ausfall der Kollathschen Messungen geeignet erscheint, auch die qualitative Deutung der Reicheltschen Versuche in Frage zu stellen, läßt sich heute kaum entscheiden. Wenn Reichelt selbst nicht in der Lage war, die Untersuchung, wie geplant, von vorneherein nach mehreren Richtungen prüfend und technisch bessernd weiterzuführen, um die gestellte Frage unmittelbarer beantworten zu können, so ist hierfür die Tatsache seiner militärischen Einberufung verantwortlich.

Heidelberg, Philipp-Lenard-Institut der Universität.

(Eingegangen 20. November 1940)

Über die wahre Linienbreite und Oszillatorenstärke der Linien des Europiumsulfats

Von G. Joos und K. H. Hellwege

(Mit 2 Abbildungen)

1. Versuchsanordnung

Die Linien der Europiumsalze, an denen Deutschbein¹⁾ eingehende Untersuchungen über die Natur des atomaren Strahlers (Dipol, Quadrupol oder magnetischer Dipol) ausgeführt hat, zeichnen sich auch unter den seltenen Erden durch ganz besondere Schärfe aus. Da die bisherigen Messungen dieser Linien mit Spektrographen ausgeführt wurden, deren Auflösungsvermögen kleiner war als die wirkliche Breite der Linien, konnte über die wahre Breite nichts Quantitatives gesagt werden. Es wurde deshalb das Spektrum mit dem großen Konkavgitter des Instituts (Krümmungsradius 6 m, Strichzahl 120 000) neu aufgenommen. Zur Verfügung stand ein etwa 100 mg schwerer Kristall von $\text{Eu}_2(\text{SO}_4)_3 + 8\text{H}_2\text{O}$, der aber durch vielfache Abkühlung auf die Temperatur der flüssigen Luft bereits zahlreiche Sprünge aufwies und auch während der Versuche in drei größere Stücke zerbrach, die einzeln verwendet wurden. Die Lichtdurchlässigkeit war infolge der Sprünge nicht gut, aus demselben Grund konnte keine bestimmte Orientierung des Lichtstrahls zu den Achsen vorgenommen werden, sondern es mußte die Richtung bester Durchsicht gewählt werden. [Mit demselben Kristall war zuvor von Deutschbein und Paetzold die Druckverschiebung der Linien aufgenommen worden und er dient zur Zeit dazu, den bei Eu besonders interessanten Temperaturgang der Suszeptibilität auszumessen, er stammt aus dem Physikalischen Institut der T. H. München (Prof. Tomaschek)]. Der Kristall wurde einmal bei Zimmertemperatur, das anderemal bei -190° mit dem Licht einer Bogenlampe durchstrahlt. Zur Kühlung diente im ersten Fall ein Bad von Tetrachlorkohlenstoff, im zweiten ein solches von flüssiger Luft. Das Licht gelangte dann auf den Spalt des Gitters. Infolge der geringen Lichtdurchlässigkeit und der kleinen Ausdehnung der durchstrahlten Fläche ($\frac{1}{2} \text{ mm}^2$) betrugen die Belichtungszeiten bereits in 1. Ordnung bei

1) O. Deutschbein. Ann. d. Phys. [5] **36**. S. 183. 1939.

einer Spaltbreite von 10μ Stunden, während in 2. Ordnung keine brauchbaren Aufnahmen erzielt werden konnten.

2. Ergebnisse

In Abb. 1 sind die Originalaufnahmen bei -190° zusammen mit den Na-Absorptionslinien des Bogens, die zum Vergleich dienen, wiedergegeben. Bei der gelben Linie 5790 \AA stört die Absorption

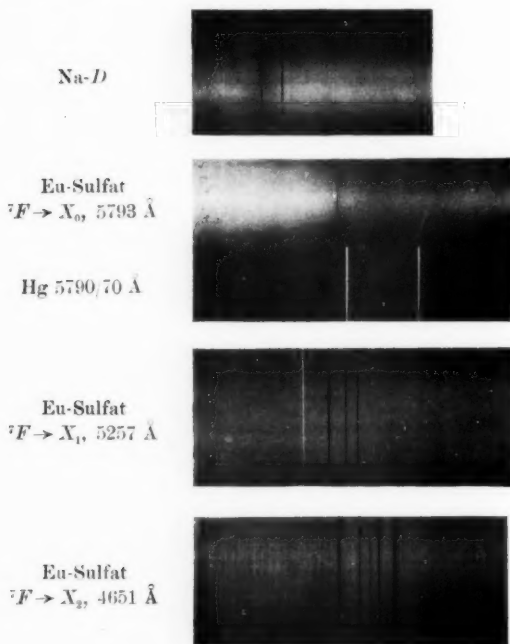


Abb. 1. Photographische Positive der Aufnahmen bei -190°

des flüssigen Sauerstoffs. Es mußte daher mit einer möglichst dünnen Schicht der flüssigen Luft und frischer sauerstoffarmer Luft gearbeitet werden. Wie man aus den Spektren ersieht und wie die Registrierung der Schwärzung bestätigte, sind die Linien nicht breiter, als die durch den Spektrographen gegebene Linienbreite beträgt. Wenn einzelne Linien etwas breiter erscheinen, so rührt dies daher, daß sie in der Mitte bis in den Plattengrund hinein absorbiert sind. Man kann also mit Sicherheit sagen, daß die Linien bei -190° so scharf wie die D-Linien im Bogen sind. Eine interferometrische

Untersuchung, die noch um einen Faktor 2—3 weiter führen dürfte, ist in Vorbereitung.

Bei $+15^\circ$ sind dagegen die Linien so breit, daß ihr Intensitätsverlauf gemessen werden kann. In Abb. 2 sind die mit dem Zeisschen Registrierphotometer aufgenommenen Kurven wiedergegeben. Leider konnte die Dicke der Schichten nicht so abgeglichen werden, daß die Absorption für alle Komponenten einer Linie gleich gut meßbar war. Wenn sie für einige Linien gut war, waren die andern bereits bis auf den Grund absorbiert. Ferner stört bei der

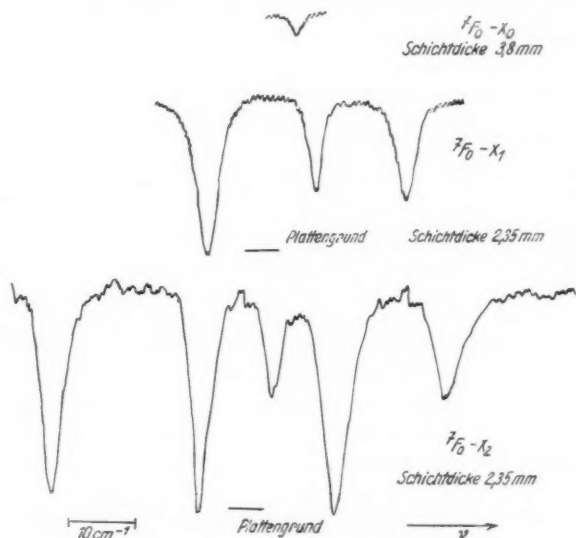


Abb. 2. Registrierkurven bei $+15^\circ$

blauen Gruppe die dem Kohlebogen überlagerte Cyanbände, durch die der unruhige Untergrund der Absorption bedingt ist. Mit Hilfe von Intensitätsmarken wurde in der üblichen Weise die Schwärzung in Logarithmen der Intensitäten umgezeichnet. Bei den nicht bis auf den Grund absorbierten Linien konnte so ohne weiteres Halbwertsbreite und Zahl der Oszillatoren — diese aus der Fläche der Kurve — ermittelt werden. Aber auch für die anderen Linien konnte die Oszillatorenzahl auf folgende Weise geschätzt werden: Mit Ausnahme der Linie 4642,7, bei der offenbar eine nicht aufgelöste „Hyperfeinstrukturkomponente“ mitwirkt, ist die Linienbreite innerhalb einer Liniengruppe nicht wesentlich verschieden. Unter der Voraussetzung gleicher Halbwertsbreite für zwei Linien ist aber

das Verhältnis des Absorptionskoeffizienten an jeder Stelle dasselbe. Dies Verhältnis kann an den Flügeln ohne weiteres gemessen werden. Im gleichen Verhältnis muß aber dann auch der Flächeninhalt der beiden Intensitätskurven und damit die Oszillatorenstärke f stehen. Aus der Zahl der Oszillatoren im Kubikzentimeter, die sich aus der Fläche der Kurve ergibt, erhält man die Oszillatorenstärke f durch Division durch die Zahl N der Eu-Ionen im Kubikzentimeter. Mit einer Dichte von 3,0 für das Salz erhält man für die Zahl N $4,9 \cdot 10^{21}$ in guter Übereinstimmung mit der Ionenzahl im homologen Praseodymsalz. Die Zahlenergebnisse sind in folgender Tabelle enthalten:

Tabelle 1
Wellenlängen, Halbwertsbreiten und Oszillatorenstärken
der Europiumsulfatlinien

Term- kombination	Wellenlänge bei -190°Å	Wellenlänge bei $+15^\circ \text{Å}$	Halbwertsbreite bei $+15^\circ$ sec^{-1}	Oszillatoren- stärke f
$^2S_0 - X_0$	5793,34	5790,90	$4,35 \cdot 10^{10}$	$1,39 \cdot 10^{-10}$
$^2S_0 - X_1$	5262,52	5260,11	—	$5,5 \cdot 10^{-9}$
	5257,45	5255,60	$6,52 \cdot 10^{10}$	$1,87 \cdot 10^{-9}$
	5253,92	5251,95	$6,95 \cdot 10^{10}$	$2,32 \cdot 10^{-9}$
$^2S_0 - X_2$	4659,96	4658,1	$15,2^*) \cdot 10^{10}$	$4,4 \cdot 10^{-9}$
	4654,08	4652,3	—	$10,6 \cdot 10^{-9}$
	4651,12	4649,5	$9,72 \cdot 10^{10}$	$2,2 \cdot 10^{-9}$
	4648,52	4647,0	—	$8,9 \cdot 10^{-9}$
	4644,12	4642,7	—	$7,7 \cdot 10^{-9}$

*) Durch Begleiter verursacht.

3. Besprechung und Zusammenfassung der Ergebnisse

a) Komponentenzahl: Von den oberen Termen X_i ist so viel aus der Termsystematik gesichert, daß sie nicht zum Septettssystem des Grundterms gehören und daß ihnen die inneren Quantenzahlen 0, 1, 2 zukommen. Entsprechend der niederen Symmetrie des Kristalls ist die Höchstzahl der möglichen Aufspaltungen $2J + 1$ erreicht, die Linien dürfen also nur noch quadratischen Zeeman-effekt haben.

b) Halbwertsbreite: Zum Vergleich der selbst bei Zimmertemperatur noch großen Linienschärfe sei angeführt, daß die Hg-Linie 2537 bei 10 Atm. Argon eine Breite von $5,5 \cdot 10^{10} \text{ sec}^{-1}$ hat. Die Breite der genauer untersuchten Praseodym- und Neodymlinien ist demgegenüber noch eine Größenordnung höher.

c) Oszillatorenstärke: Addiert man die Oszillatorenstärken der Komponenten der 3 Linien, so erhält man $1,4 \cdot 10^{-10}$; $9,7 \cdot 10^{-9}$

und $33,8 \cdot 10^{-9}$. Vergleicht man diese Zahlen mit den Werten für Praseodymsulfat¹⁾, so sieht man, daß sie um 3 Zehnerpotenzen — bei dem stark verbotenen Übergang $0-0$ sogar um 5 — niedriger liegen. Dies steht in Übereinstimmung mit einer Rechnung von van Vleck²⁾, der die Intensitäten von Interkombinationslinien in Kristallen um 2 Zehnerpotenzen schwächer abschätzt als die Intensitäten von Übergängen innerhalb eines Multiplettsystems, wie sie bei Pr und Nd vorliegen.

d) Temperaturverschiebung: Die Linien werden mit steigender Temperatur nach kurzen Wellen verschoben. Deutschbein und Paetzold fanden bei noch nicht veröffentlichten Messungen eine Druckverschiebung von $2 \cdot 10^{-4}$ Å je Atm. nach kurzen Wellen, also im gleichen Sinn wie bei Nd. Damit fällt die von Paetzold³⁾ angegebene Erklärungsmöglichkeit für den Unterschied zwischen Rubin und den seltenen Erden, denn die Linien des Europiums bleiben trotz großer Temperaturverschiebung verhältnismäßig scharf.

e) „Hyperfeinstruktur“. Die Linie 4642,7 zeigt eine einseitige Verbreiterung, die auf das Vorhandensein eines schwachen Begleiters schließen läßt. Dafür, daß es sich nicht um eine Täuschung durch die dem Untergrund überlagerten Cyanbanden oder eine Verunreinigung handelt, spricht der Umstand, daß der Buckel in der Intensitätskurve auch bei -190° da ist, also die Temperaturverschiebung mitmacht. Ähnliche Strukturen sind von A. Hellwege-Röver⁴⁾ auch bei Praseodym-Salzen beobachtet worden. Ein Isotopeneffekt ist deshalb unwahrscheinlich, weil er bei allen Komponenten auftreten müßte und weil er bei den kernfernen $4f$ -Bahnen an sich sehr klein ist.

f) Reinheit des Salzes: Einige schwache diffuse Linien könnten dem Nd zugeordnet werden. Nach Intensität und Oszillatorenstärke kann die Verunreinigung höchstens 1% betragen.

1) A. Merz, Ann. d. Phys. [5] 28. S. 569. 1937.

2) J. H. van Vleck, Journ. phys. Chem. 41. S. 67. 1937.

3) H. K. Paetzold, Ann. d. Phys. [5] 37. S. 470. 1940.

4) A. Hellwege-Röver, Ann. d. Phys. [5] 37. 226. 1940.

Göttingen, II. Physikalisches Institut, November 1940.

(Eingegangen 12. November 1940)

**Berichtigung zu meiner Arbeit:
„Elementarprozesse der Magnetisierung im Gebiet
der Anfangssuszeptibilität“¹⁾**

Von Georg Thiessen

In der genannten Arbeit sind mir einige Versehen unterlaufen, auf welche ich durch Herrn M. Kersten freundlichst aufmerksam gemacht wurde.

Auf S. 160 meiner Arbeit gab ich an, daß die zur Prüfung der Theorie wichtigen Größen χ_a und $\frac{\partial J_R}{\partial \sigma}$ von Kersten nur an verschiedenen Nickeldrähten gemessen seien. Tatsächlich wurde die entsprechende Prüfung in einer späteren Arbeit von Kersten²⁾ durch Messungen an Nickelrohr in einwandfreier Weise vorgenommen. Zur Frage der Isotropie ist nachzutragen, daß die aus Widerstandsmessungen entnommene Feststellung $\overline{\cos^2 \vartheta} = \frac{1}{3}$ natürlich noch keinen Beweis für eine völlig isotrope Verteilung von ϑ darstellt. Ich habe mich in einigen Fällen durch Messung der Remanenz davon überzeugt, daß auch hier die Isotropiebedingung $[\cos \vartheta] = \frac{1}{2}$ erfüllt war.

Zu den Zitaten auf S. 157 ist richtig zu stellen, daß die Formeln für χ_a und $\frac{\partial J_R}{\partial \sigma}$ erstmalig von Kersten³⁾ abgeleitet wurden. Ein Vorzeichenunterschied bei der letzteren Formel rührt daher, daß ich σ_i als positive Größe (Betrag der inneren Druckspannung) eingeführt habe, während Kersten σ_i mit Hilfe der drei Hauptzugspannungen definiert als $\sigma_i = \sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3)$, wobei σ_1 die Zugspannung in der Vorzugslage bedeutet. Dadurch wird es im Fall des Nickels negativ.

1) G. Thiessen, Ann. d. Phys. [5] **38**, S. 153. 1940.

2) M. Kersten, in „Beiträge zur Ballistik und technischen Physik“, herausgeg. von H. Schardin. Leipzig 1938.

3) M. Kersten, Ztschr. f. Phys. **71**, S. 558. 1931; **82**, S. 726. 1933.

Göttingen, Institut für theoretische Physik.

(Eingegangen 24. Oktober 1940)

Über die Temperaturabhängigkeit der magnetischen Suszeptibilität von Europiumsulfat

Von H. Fritsch

(Mit 1 Abbildung)

Die paramagnetische Suszeptibilität von Eu^{+++} sollte gemäß der inneren Quantenzahl $J = 0$ verschwinden. In Wirklichkeit beträgt bei Zimmertemperatur das effektive Moment 3,6 Bohrsche Magnetonen. Van Vleck¹⁾ hat dies dadurch geklärt, daß nach der Theorie der Multiplett-Aufspaltungen die Terme mit $J > 0$ in so geringem Abstand vom Grundterm liegen, daß diese bereits bei Zimmertemperatur stark besetzt sind. Außerdem bewirkt aber das Verschwinden von J einen ungewöhnlich großen Anteil der Störungsglieder 2. Ordnung, die zu einem temperaturunabhängigen Paramagnetismus führen. Das Zusammenwirken beider Umstände gibt für Eu^{+++} einen eigenartigen Verlauf der Temperaturkurve der Suszeptibilität, der von van Vleck für die beiden in Betracht kommenden Abschirmzahlen $\sigma = 33$ und $\sigma = 34$ berechnet wurde.

In Abb. 1 ist die Kurve für $\sigma = 33$ wiedergegeben. Bei $\sigma = 34$ ist der Verlauf derselbe, nur liegt der konstante Teil bei $8200 \cdot 10^{-6}$. Messungen liegen bisher nur bei Temperaturen oberhalb 273°K vor. Der wichtigste Teil der Kurve liegt aber bei den Temperaturen der flüssigen Luft und des flüssigen Wasserstoffs. Aus diesem Grund wurde mit der früher beschriebenen Anordnung²⁾ an einer Probe von 122 mg Europiumsulfat der Temperaturgang aufgenommen. Die Reinheit des Präparats, das aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule München (Prof. Tomaschek) stammt, ist durch die spektroskopischen Untersuchungen³⁾ auf etwa 1%

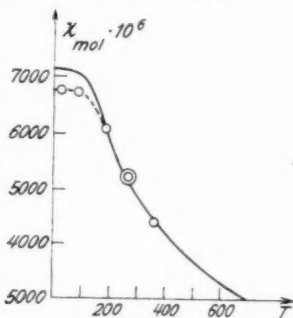


Abb. 1. Temperaturgang von χ_{mol} .

1) Näheres I. H. van Vleck, The Theorie of electric and magnetic Susceptibilities, Oxford 1932, S. 251.

2) H. Fritsch, Ann. d. Phys. [5] 38, S. 555. 1940.

3) G. Joos und K. H. Hellwege, Ann. d. Phys. [5] 39, S. 25. 1941.

sichergestellt. Da nur eine kleine Substanzmenge zur Verfügung stand, die außerdem noch wegen der weiteren spektroskopischen Verwendungsmöglichkeit nicht gepulvert werden sollte — sie bestand aus 7 kleinen Kristallen — wurde von vornherein auf die Messung des Suszeptibilitätswerts selbst, der durch andere Messungen bei Zimmertemperatur hinreichend genau bekannt ist, verzichtet. Bei der Messung der Temperaturabhängigkeit braucht an der ganzen inneren Waagenanordnung nichts berührt zu werden, so daß die Meßgenauigkeit viel größer ist, als bei der Bestimmung des Absolutwerts, bei der das Präparat gegen eine gleich große Probe von CuSO_4 hätte ausgetauscht werden müssen. Zur Messung wurde die Probe in ein Beutelchen von selbst hergestellter dünnster Zaponlackfolie gefüllt, deren magnetischer Beitrag nach Leerbeobachtungen unter der Beobachtbarkeitsgrenze lag. Die Kriställchen waren ungeordnet, so daß die gefundene Suszeptibilität dem Pulverwert entspricht. Die Kräfte waren von der Größenordnung 5 mg, während der Lichtzeiger einen Ausschlag von 1 cm für 0,1 mg gab.

Es ergaben sich als Mittel mehrerer Messungen bei Magnetströmen von 5 und 10 Amp. folgende Relativwerte der Suszeptibilität, bezogen auf die Suszeptibilität bei 273° :

$T_{\text{abs.}}$	20°	80°	196°	273°	356°
$\chi_{\text{rel.}}$	1,29	1,29	1,16	1,00	0,83

Die Fehlergrenze beträgt etwa 5 %. In keinem Fall konnte ein Unterschied zwischen der Kraft auf die Probe bei 20° und der Kraft bei 80° festgestellt werden. In Abb. 1 sind die Meßpunkte in die für $\sigma = 33$ gezeichnete van Vlecksche Kurve eingetragen, wobei der Punkt für 273° auf die Kurve gelegt ist. Wie man sieht, deckt sich der Verlauf recht gut mit den theoretischen Erwartungen, die Abweichung des Grenzwerts vom theoretischen Wert liegt indes außerhalb der Fehlergrenzen.

Herrn Professor Dr. Joos danke ich für Anregung und Förderung dieser Untersuchung, Herrn Doz. Dr. Schäfer vom physikalisch-chemischen Institut (Prof. Eucken) für die Herstellung des flüssigen Wasserstoffs.

Göttingen, II. Physikalisches Institut, November 1940.

(Eingegangen 22. November 1940)

Berechnung der Intensitätsverteilung im Bilde eines Flammenkegels

Von H.-J. Hübner und H. Kläukens

(Mitteilung aus dem Institut für Motorenforschung
der Luftfahrtforschungsanstalt Hermann Göring)

(Mit 8 Abbildungen)

1. Einleitung

Eine für die Untersuchung von Verbrennungsvorgängen sehr wichtige Größe ist die Flammengeschwindigkeit (Zündgeschwindigkeit). Sie ist definiert als der Quotient aus der in der Zeiteinheit zugeführten Gasmenge und der Größe der Brennofläche. Die gebräuchlichste Methode der Flammengeschwindigkeitsmessung, bei der definierte Strömungsverhältnisse gegeben und Wandeffekte weitgehend vermieden sind, ist die Bunsenbrennermethode nach Gouy¹⁾. Bei einem Bunsenbrenner bildet der grünlich, unter Umständen auch bläulich leuchtende innere Kegel die Brennofläche. Er ist bei einem zylindrischen Brennerrohr ein Rotationskörper, dessen Oberfläche sich nach Vermessung seiner hellen Umrißlinie berechnen läßt. Diese Vermessung kann entweder unmittelbar mit einem Meßmikroskop geschehen oder mittelbar durch Ausmessen eines in einem bekannten Maßstab aufgenommenen Lichtbildes des Kegels. Hierbei scheint die Umrißlinie eine gewisse Dicke zu haben und man spricht daher auch von einer Leuchtzone. Damköhler²⁾ hat erstmalig bei der Vermessung der Umrißlinie von Kegeln laminar angeströmter Flammen auch diese scheinbare Dicke der Leuchtzone bestimmt und zu Schlüssen über den Verbrennungsmechanismus herangezogen; unter anderem berechnet Damköhler aus dieser scheinbaren „Dicke“ der Leuchtzone in Analogie zur turbulent angeströmten Flamme eine minimale und eine maximale Flammengeschwindigkeit, entsprechend der äußeren bzw. inneren Begrenzungsfläche des inneren Flammenkegels.

Jedoch ergibt eine qualitative Überlegung bereits, daß die zur Beobachtung gelangende Intensitätsverteilung der ursprünglich vor-

1) G. L. Gouy, Ann. Chim. Phys. 18. S. 27. 1879; ferner H. Mache, Die Physik der Verbrennungserscheinungen, Leipzig 1918, S. 36; H. Brückner, Gastafeln, München und Berlin 1937, S. 120 ff.

2) G. Damköhler, Jahrb. 1939 d. Deutschen Luftfahrtforschung II, S. 3.
Annalen der Physik. 5. Folge. 39.

handenen so unähnlich ist, daß nur eine Abschätzung, aber keine genaue Messung der *wahren* Dicke der Leuchtzone möglich ist. Um quantitative Beziehungen zwischen der Verteilung der Dichte der leuchtenden Zentren in einem radialen Schnitt des Flammenkegels und der Intensitätsverteilung in seinem Bilde aufzufinden, haben wir unter gewissen Voraussetzungen die Intensitätsverteilung in dem Bilde eines kreisförmigen Hohlzylinders berechnet, dessen Wand durch eine leuchtende Schicht von gegebener Verteilung der Dichte der leuchtenden Zentren gebildet wird¹⁾. Die Ergebnisse dieser Rechnung sind ohne weiteres auf den Flammenkegel übertragbar, da man durch eine senkrecht zu seiner Achse geführte Einteilung des Flammenkegels in dünne Scheiben annähernd kleine Zylinder erhält. Die Ergebnisse unserer Rechnung weisen auf einen Weg zu einer *mittelbaren* Bestimmung der Dicke der leuchtenden Schicht, und zwar durch Messung der Intensitätsverteilung im optischen Bild. Eine Untersuchung hierüber ist in Vorbereitung; ihre Ergebnisse sollen später veröffentlicht werden. Vorerst sei nur die Rechnung und die Diskussion ihrer Ergebnisse mitgeteilt.

2. Berechnung der Intensitätsverteilung für sehr kleine numerische Apertur des abbildenden Systems ohne Berücksichtigung der Selbstabsorption

Gegeben sei ein *isotrop leuchtender*, d. h. in allen Volumenelementen gleich viel Licht aussendender Hohlzylinder mit den Radien $r = r_i$ und $r = r_a$ (vgl. Abb. 1a); in den Gebieten innerhalb r_i und außerhalb r_a ist die Intensität demnach gleich Null. Fernerhin werde in den genannten Gebieten die von dem Hohlzylinder ausgesandte Strahlung nicht absorbiert, eine für das sichtbare Spektralgebiet erfüllte Annahme, da bei der Vermessung des Kegels vorwiegend nur die im sichtbaren Spektralbereich gelegene Strahlung der C_2 - und CH-Radikale zur Wirkung gelangt und diese Radikale außerhalb der Leuchtzone nicht auftreten. Für die im Ultraviolett bei 3064 Å liegenden OH-Banden gilt diese Annahme nicht, da sie sowohl im Kegel als auch in der Zwischengaszone auftreten, in der

1) Ein ähnlicher Fall liegt z. B. auch bei den von H. Sporn (Ztschr. f. Phys. 112. S. 278. 1939) untersuchten Leuchtzonen von Glimmentladungskathoden vor, mit dem Unterschied, daß bei den von ihm u. a. untersuchten zylindrischen, stabförmigen Kathoden das Innere des leuchtenden Hohlzylinders, das durch das Kathodenmaterial gebildet wird, undurchsichtig ist. Daher treten dort die in unserer Untersuchung behandelten Erscheinungen hauptsächlich nur in den Randzonen auf. Hier bilden jedoch die von H. Sporn mitgeteilten Abbildungen (Abb. 9 S. 294 und Abb. 10 S. 295) eine wertvolle Illustration zu unseren Ergebnissen.

sie auch in Absorption beobachtet werden. Außerdem wird für das Innere des Hohlzylinders ($r < r_0$) und den Außenraum ($r > r_0$) die gleiche Brechzahl wie für den Hohlzylinder selbst angenommen. Die Einstellebene EE , die das Objektiv L mit dem Halbmesser R

ideal fehlerfrei, d. h. mit punktweser Strahlenvereinigung in die Mattscheibenebene ME abbilde, enthalte die Achse O des Hohlzylinders. Die Entfernung zwischen der Einstellebene EE und dem Objektiv L — die Gegenstandsweite — sei g . Im Grenzfall unendlich kleiner Öffnung des optischen Systems $\frac{R}{g} \rightarrow 0$ geschieht die Abbildung nur durch den Hauptstrahl xx' , wobei x und x' konjugierte Punkte der Einstell- und der Mattscheibenebene sind. Be-

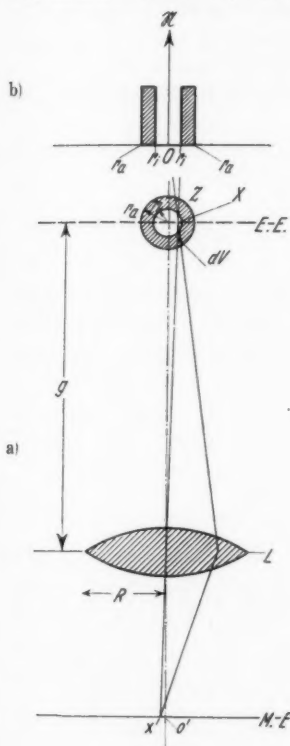


Abb. 1.

a) Strahlengang bei der Abbildung eines selbstleuchtenden durchsichtigen Zylinders.

b) Verlauf der Dichte der leuchtenden Zentren in einem Achsenschnitt des Hohlzylinders unter der Annahme $N(r) = \text{const}$

den Zentren im Bereich des Strahles proportional¹⁾. Diese Intensität ist also $\int N ds$, wo N die Anzahl der leuchtenden Zentren je Kubik-

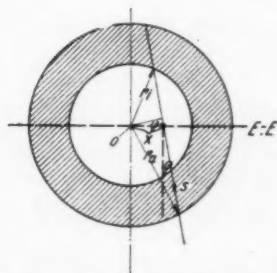


Abb. 2. Zur Berechnung der Länge des Strahlenweges im Hohlzylinder

rücksichtigt man die Selbstabsorption im Zylinder nicht, so ist die Intensität im Punkt x' der räumlichen Dichte der leuchtenden

1) E. Ladenburg u. F. Reiche, Ann. d. Phys. 42. S. 181. 1913.

zentimeter und s eine Koordinate längs des Strahles xx' ist. Da wir nicht die absolute Größe der Intensität sondern nur die Intensitätsverteilung berechnen wollen, normieren wir die Intensität so, daß im Bildpunkt O' des Achsenpunktes O des Kegels die Intensität Eins wird. Der durch diesen Punkt O' gehende Hauptstrahl fällt mit dem Durchmesser des Zylinders zusammen, so daß die

Intensität dort $\left(\int \mathfrak{N} ds\right)_0 = 2 \int_{r_i}^{r_a} \mathfrak{N} dr$ ist, wobei r der Abstand von der Zylinderachse ist. Die Intensität in einem beliebigen Punkte ist also nach der Normierung

$$(1) \quad I = \frac{\int \mathfrak{N} ds}{\left(\int \mathfrak{N} ds\right)_0}.$$

Ist \mathfrak{N} innerhalb der Leuchtzone konstant, so ergibt sich in einem Achsenschnitt durch den Zylinder die in Abb. 1b dargestellte rechteckige Verteilung der Dichte der leuchtenden Zentren, und man erhält die normierte Intensität

$$I = \frac{\int ds}{\int dr};$$

das ergibt, wie man aus Abb. 2 ersieht,

$$I = \frac{\sqrt{r_a^2 - x^2 \cos^2 \varphi} - \sqrt{r_i^2 - x^2 \cos^2 \varphi}}{r_a - r_i},$$

wobei x der Abstand des Punktes x von der Zylinderachse und φ der Winkel zwischen Hauptstrahl und optischer Achse ist. Ist die Gegenstandsweite g groß gegen den Durchmesser des Zylinders ($g \gg 2r$), so ist $\cos \varphi = 1$, und wir erhalten den Ausdruck

$$(2) \quad I = \frac{\sqrt{r_a^2 - x^2} - \sqrt{r_i^2 - x^2}}{r_a - r_i}.$$

Der Verlauf dieser Funktion ist in Spalte 2 der Tabellen 3—8 S. 42 und 43 wiedergegeben und durch die punktierte Kurve in Abb. 5, 6 und 7 dargestellt, und zwar für die Verhältnisse

$$\frac{(r_a - r_i)}{r_a} = 0,5; 0,2; 0,1; 0,05; 0,02; 0,01.$$

Der Fall $\mathfrak{N}(r) = \text{const.}$ der ein sprunghaftes Einsetzen und Aufhören der zur Emission führenden Prozesse bedeutet, wird im Flammenkegel kaum vorliegen. Vielmehr ist ein stetiges Anwachsen der Zahl der emittierenden Radikale bis zu einem Maximalwert und anschließend eine Abnahme zu erwarten. Um den Einfluß einer solchen Verteilung der leuchtenden Zentren auf die Intensitäts-

verteilung im optischen Bild zu untersuchen, haben wir die Verteilung

$$\mathfrak{R}(r) = \mathfrak{R}_0 (r_i - r)^2 \cdot (r_a - r)^2$$

angesetzt und dabei $r_i = 0,9$, $r_a = 1,1$ gewählt. \mathfrak{R}_0 ist ein willkürlicher Faktor, der infolge der Normierung in das Ergebnis nicht eingeht. Diese Funktion hat gegenüber einer Verteilung nach der Gauss'schen Fehlerfunktion den Vorteil, daß sie zwei Nullstellen im Endlichen hat und rechnerisch einfacher zu handhaben ist. In

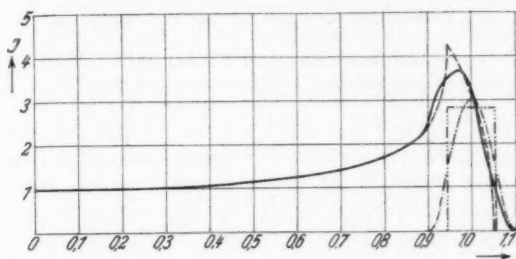


Abb. 3. Darstellung der Intensitätsverteilung am Bildort als Funktion des Gegenstandspunktes x gemäß Gl. (2) und (3).

— Intensität am Bildort } für $\mathfrak{R}(r) = \mathfrak{R}_0 (r_a - r)^2 (r - r_i)$
 Dichte der leuchtenden Zentren }
 - - - - - Intensität am Bildort } für $\mathfrak{R}(r) = \text{const}$
 - · - · - Dichte der leuchtenden Zentren }

Abb. 3¹⁾ und Tab. 1 b ist diese Verteilung neben der früher untersuchten Rechteckverteilung dargestellt, wobei die Halbwertsbreite in beiden Fällen gleich und die Fläche unter beiden Kurven und damit die Gesamtheit der leuchtenden Zentren infolge der gewählten Normierung ebenfalls dieselbe ist.

Wählt man als Nullpunkt von s den Punkt x (vgl. Abb. 2), so ist bei verschwindendem φ

$$s^2 = r^2 - x^2,$$

$$ds = \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}}.$$

Damit wird Gl. (1) zu

$$(3) \quad I = \frac{\int_{r_i}^{r_a} (r_i - r)^2 \cdot (r_a - r)^2 \cdot \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}}}{\int_{r_i}^{r_a} (r_i - r)^2 \cdot (r_a - r)^2 dr},$$

1) Der Durchmesser des Berührungskreises in den Punkten r_a und r_i beträgt 8% des Abstandes der Netzklinien in der Darstellung.

da sich \mathfrak{R}_0 im Zähler und im Nenner vor die Integrale setzen läßt und weghebt. Da die direkte Integration das Ergebnis als Differenz sehr großer Zahlen liefert, wurde die Auswertung durch numerische Integration vorgenommen. Die Ergebnisse sind in Tab. 1a zusammengestellt und in Abb. 3 (ausgezogene Kurve) dargestellt. Die neue abgerundete Verteilung der Leuchtzentren beseitigt also die scharfe Spitze der beobachteten Intensitätsverteilung, die im Falle der rechteckigen Verteilung der leuchtenden Zentren auftritt, ändert aber sonst den Charakter des Bildes nicht wesentlich.

Intensitätsverteilung am Bildort als Funktion
des Gegenstandspunktes x für verschwindend kleine Öffnung
und für $\mathfrak{R}(r) = \mathfrak{R}_0 \cdot (r_a - r)^2 \cdot (r - r_i)^2$ und für $\mathfrak{R}(r) = \text{const}$

Tabelle 1a

$\mathfrak{R}(r) = \mathfrak{R}_0 \cdot (r_a - r)^2 \cdot (r - r_i)^2$	
x	I
0	1,00
0,3	1,05
0,6	1,25
0,8	1,69
0,9	2,59
0,93	3,27
0,96	3,62
0,97	3,68
1,01	2,70
1,05	1,07
1,09	0,03
1,10	0,00

Tabelle 1b

$\mathfrak{R}(r) = \text{const}$	
x	I
0	1,00
0,3	1,05
0,6	1,25
0,8	1,68
0,9	2,39
0,946	4,30
1,0	3,08
1,045	0,00

3. Berechnung der Intensitätsverteilung für sehr kleine numerische Apertur des abbildenden Systems bei starker Selbstabsorption in der leuchtenden Zone

Es wurde dann untersucht, welchen Einfluß die Selbstabsorption in der Leuchtzone auf den Verlauf der Intensitätsverteilung am Bildort hat. Unter den gleichen Voraussetzungen wie in Abschn. 2 wurde die Intensitätsverteilung für den Fall $\mathfrak{R}(r) = \text{const}$ unter der Annahme berechnet, daß die Helligkeit des ausgestrahlten Lichtes der Wurzel aus dem Produkt aus der Anzahl der leuchtenden Zentren je Kubikzentimeter und der Dicke der leuchtenden Schicht proportional sei¹⁾, also für den Fall starker Selbstabsorption. Dann

1) E. Ladenburg u. F. Reiche, a. a. O. Aus der Diskussion der Ergebnisse von G. L. Gouy (a. a. O.) und aus den Messungen von H. Senftleben (Ann. d. Phys. 47. S. 960. 1915) geht hervor, daß in Flammen für die D-Linien des Na die Gesamtabsorption und damit die ihr proportionale Gesamtmission für große Dichten der leuchtenden Zentren der Wurzel aus dem

ergibt sich für ein verschwindend kleines Öffnungsverhältnis aus Abb. 2 entsprechend Gl. (2) für die Intensitätsverteilung am Bildort folgender Ausdruck:

$$(4) \quad I = \frac{\sqrt{r_a^2 - x^2} - \sqrt{r_i^2 - x^2}}{\sqrt{r_a - r_i}}.$$

Der Verlauf dieser Funktion ist in Spalte 2 der Tab. 9 S. 44 und punktiert in der Abb. 8 für $\frac{r_a - r_i}{r_a} = 0,1$ wiedergegeben.

4. Berechnung des Einflusses der endlichen Öffnung auf die Intensitätsverteilung

Der behandelte Fall einer sehr kleinen Öffnung des abbildenden Systems ist ein Grenzfall, der nicht zu wirklichem ist, da dann die Intensitätsverteilung am Bildort durch die Beugung am Blendenrand gegeben ist. Wir haben daher im folgenden den Einfluß der endlichen Öffnung des Abbildungsobjektivs auf die gesuchte Intensitätsverteilung für den Fall $\mathfrak{N}(r) = \text{const}$ unter den eingangs in Abschn. 2 gemachten Voraussetzungen errechnet. In diesem Falle tragen zur Abbildung Strahlen bei, die innerhalb des leuchtenden Zylindermantels verschiedene Wege zurückgelegt haben (vgl. Abb. 1a). Um den exakten Wert der Intensität in einem Bildpunkt der Mattscheibenebene zu finden, muß man den Beitrag eines Volumenelementes des Zylindermantels berechnen und über die Beiträge aller Volumenelemente, die in dem betrachteten Strahlenkegel liegen, summieren. Das Volumenelement dV im Abstand s vom Punkte x strahlt die Energie $E_m dV$ aus, wobei E_m die Energie ist, die \mathfrak{N} leuchtende Zentren im fraglichen Wellenlängenbereich ausstrahlen. Sieht man von der Selbstabsorption in der leuchtenden Schicht ab, so erhält man im Bilde des Volumenelementes die Energie

$$dE = E_m \frac{\Omega}{4\pi} dV = \frac{E_m R^2}{4g^2} dV;$$

$\Omega = \frac{R^2}{4g^2} \cdot 4\pi$ ist der Raumwinkel, unter dem das Objektiv von dV aus erscheint. Ist die Entfernung der Mattscheibenebene ME vom Objektiv L — die Bildweite — $b = \frac{g \cdot f}{g - f}$, so ist der Abstand des Bildpunktes von dV von der Mattscheibe

Produkt aus Schichtdicke und Zentrenzahl proportional ist, und daß demnach unter den gewählten Versuchsbedingungen die D -Linien eine Dispersionsverteilung besitzen. Da auch für Banden (vgl. z. B. O. Oldenberg, Journ. Chem. Phys. 6. S. 779. 1938) der Nachweis der Dispersionsform erbracht wurde, kann man sie wohl auch für die C_2 - und CH -Banden im Flammenkegel vermuten und damit die Anwendbarkeit des „Wurzelgesetzes“ annehmen.

$$\Delta b = s \cdot \cos \varphi \cdot \frac{d}{dg} \left(\frac{g \cdot f}{g - f} \right),$$

$$\Delta b = -s \cdot \cos \varphi \cdot \frac{b^2}{g^2}.$$

Ist der Radius des Objektivs R , dann entsteht auf der Mattscheibe ein Zerstreungskreis vom Halbmesser R_1

$$R_1 = R \cdot \frac{\Delta b}{b} = R \cdot s \cdot \cos \varphi \cdot \frac{b}{g^2}$$

und der Fläche F

$$F = \pi R^2 \cdot s^2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \frac{b^2}{g^4}.$$

Auf der Mattscheibe liefert das Volumenelement dann einen Beitrag dI zur Intensität

$$dI = \frac{dE}{F} = \frac{E_m}{4\pi} \cdot \frac{g^2}{s^2 \cdot b^2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Die gesamte Intensität im Punkte x' ist also

$$(5) \quad I = \frac{E_m}{4\pi} \cdot \frac{g^2}{b^2} \int \frac{dV}{s^2 \cdot \cos^2 \varphi},$$

wobei das Integral über alle dV innerhalb des betrachteten Strahlenkegels zu erstrecken ist. Ist ϑ (vgl. Abb. 4) der Winkel eines Strahles senkrecht zur Zeichenebene, so gilt für den Rand des zur Intensität in x' beitragenden Kegels unter Voraussetzung $r_a \ll R \ll g$

$$g^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + g^2 \operatorname{tg}^2 \vartheta = R^2,$$

oder, da φ und ϑ kleine Winkel sind,

$$\varphi^2 + \vartheta^2 = \frac{R^2}{g^2}.$$

Außerdem ist

$$|g \operatorname{tg} \varphi| = |g \cdot \varphi| = R.$$

Für die innere Begrenzung der Leuchtzone gilt

$$s = \frac{\pm x \sin \varphi + \sqrt{r_a^2 - x^2 \cos^2 \varphi}}{\cos \vartheta},$$

für die äußere

$$s = \frac{\pm x \sin \varphi + \sqrt{r_a^2 - x^2 \cos^2 \varphi}}{\cos \vartheta}.$$

Drückt man dV in den eingeführten Polarkoordinaten s , φ und ϑ aus, so wird Gl. (5)

$$I = \frac{E_m}{4\pi} \cdot \frac{g^2}{b^2} \iiint \frac{ds d\varphi \cos \vartheta d\vartheta}{\cos^2 \varphi},$$

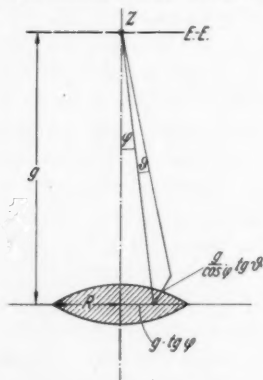


Abb. 4. Zur Ableitung der Grenzen des abbildenden Strahlenbüschels bei endlicher Öffnung

dabei ist zu integrieren über ϑ in dem Intervall

$$-\sqrt{\frac{R^2}{g^2} - \varphi^2} \leq \vartheta \leq +\sqrt{\frac{R^2}{g^2} - \varphi^2},$$

über φ in dem Intervall

$$-\frac{g}{R} \leq \varphi \leq +\frac{g}{R},$$

über s in dem Intervall

$$\frac{-x \sin \varphi + \sqrt{r_i^2 - x^2 \cos^2 \varphi}}{\cos \vartheta} \leq s \leq \frac{-x \sin \varphi + \sqrt{r_a^2 - x^2 \cos^2 \varphi}}{\cos \vartheta}$$

und in dem Intervall

$$\frac{+x \sin \varphi + \sqrt{r_i^2 - x^2 \cos^2 \varphi}}{\cos \vartheta} \leq s \leq \frac{+x \sin \varphi + \sqrt{r_a^2 - x^2 \cos^2 \varphi}}{\cos \vartheta}.$$

Die Integration über s ergibt

$$I = \frac{E_m}{2\pi} \frac{g^2}{b^2} \iint d\varphi d\vartheta \frac{\sqrt{r_a^2 - x^2 \cos^2 \varphi} - \sqrt{r_i^2 - x^2 \cos^2 \varphi}}{\cos^2 \varphi},$$

die Integration über ϑ

$$I = \frac{E_m}{\pi} \frac{g^2}{b^2} \int_{-\frac{R}{g}}^{+\frac{R}{g}} d\varphi \frac{\sqrt{r_a^2 - x^2 \cos^2 \varphi} - \sqrt{r_i^2 - x^2 \cos^2 \varphi}}{\cos^2 \varphi} \sqrt{\frac{R^2}{g^2} - \varphi^2}.$$

Da φ ein kleiner Winkel ist, kann im Nenner des Integranden $\cos^2 \varphi$ durch 1 ersetzt werden, und man erhält

$$I = \frac{2E_m}{\pi} \frac{g^2}{b^2} \int_0^{R/g} d\varphi (\sqrt{r_a^2 - x^2 \cos^2 \varphi} - \sqrt{r_i^2 - x^2 \cos^2 \varphi}) \sqrt{\frac{R^2}{g^2} - \varphi^2},$$

oder normiert

$$(6) \quad I = \frac{\int_0^{R/g} d\varphi (\sqrt{r_a^2 - x^2 \cos^2 \varphi} - \sqrt{r_i^2 - x^2 \cos^2 \varphi}) \sqrt{\frac{R^2}{g^2} - \varphi^2}}{\frac{\pi}{4} \frac{R^2}{g^2} (r_a - r_i)}.$$

Für den in Abschn. 3 behandelten Fall starker Selbstabsorption wird man daher entsprechend ansetzen können

$$(7) \quad I = \frac{\int_0^{R/g} d\varphi \sqrt{r_a^2 - x^2 \cos^2 \varphi} - \sqrt{r_i^2 - x^2 \cos^2 \varphi} \cdot \sqrt{\frac{R^2}{g^2} - \varphi^2}}{\frac{\pi}{4} \frac{R^2}{g^2} \sqrt{r_a - r_i}}.$$

Die Integrale (6) und (7) wurden durch Reihenentwicklungen ausgerechnet, wobei die ersten Faktoren der Integranden in den Gebieten, in denen sie regulär sind, jeweils in passende Reihen entwickelt wurden.

Für das Integral (6) ergibt sich damit der Ausdruck

$$(8) \quad I = \frac{\sqrt{r_a^2 - x^2} - \sqrt{r_i^2 - x^2}}{r_a - r_i} + \frac{r_a \cdot y\left(\frac{x}{r_a}\right) - r_i \cdot y\left(\frac{x}{r_i}\right)}{r_a - r_i}.$$

In dem Gebiet

$$0 \leq \xi \leq \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{g^2}}} \quad \text{ist} \quad y(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot \frac{R}{g}\right)^{2n} \prod_{r=1}^n \frac{2r-1}{2r+2}.$$

Im Punkt $\xi = 1$ ist $y(1) = \frac{4}{3\pi} \frac{R}{g}$, und für $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R^2}{g^2}}} \leq \xi$ ist $y(\xi) = 0$.

Der Verlauf der Funktion y für $\frac{R}{g} = 0,0742$ ist in Tab. 2 gegeben.

Tabelle 2

ξ	y	ξ	y
0,0000	0,00000	0,8660	0,00103
0,1736	0,00002	0,9397	0,00176
0,3420	0,00008	0,9848	0,00326
0,5000	0,00020	0,9973	0,00835
0,6428	0,00037	1,0000	0,03148
0,7660	0,00063		

Die Intensitätsverteilung am Bildort für eine numerische Apertur $\frac{R}{g} = 0,0742$, entsprechend einer im Maßstab 2:1 vergrößerten Aufnahme mit der relativen Öffnung $F:4,5$, ist für das Verhältnis $\frac{(r_a - r_i)}{r_a} = 0,5; 0,2; 0,1; 0,05; 0,02; 0,01$ aus den Tabellen 3—8, Spalte 3 und den ausgezogenen Kurven der Abb. 5, 6 und 7 zu ersehen.

Intensitätsverteilung am Bildort als Funktion des Gegenstandspunktes x für verschiedene Werte von $\frac{(r_a - r_i)}{r_a}$ unter Vernachlässigung der Selbstabsorption und für $\Re(r) = \text{const}$

Tabelle 3

$$\frac{(r_a - r_i)}{r_a} = 0,5$$

$x \backslash R/g$	0	0,0742
0	1	1
0,2	1,04	1,04
0,4	1,23	1,23
0,45	1,35	1,35
0,5	1,73	1,70
0,6	1,60	1,60
0,8	1,20	1,20
0,9	0,87	0,87
0,95	0,62	0,63
1	0	0,06
1,0027	—	0,00

Tabelle 4

$$\frac{(r_a - r_i)}{r_a} = 0,2$$

$x \backslash R/g$	0	0,0742
0	1	1
0,3	1,06	1,06
0,6	1,35	1,35
0,75	1,92	1,91
0,8	3,00	2,87
0,9	2,18	2,19
0,95	1,56	1,57
1	0	0,16
1,0027	—	0
—	—	—
—	—	—

Tabelle 5

$$\frac{(r_a - r_i)}{r_a} = 0,1$$

$x \backslash R/g$	0	0,0742
0	1	1
0,3	1,05	1,05
0,6	1,29	1,29
0,8	1,88	1,88
0,85	2,31	2,30
0,9	4,36	4,09
0,95	3,12	3,14
1	0	0,32
1,0027	—	0
—	—	—
—	—	—

Tabelle 6

$$(r_a - r_i) = 0,05$$

$\frac{R}{g}$	0	0,0742
0	1	1
0,3	1,05	1,05
0,6	1,27	1,27
0,8	1,75	1,75
0,9	2,63	2,62
0,925	3,26	3,24
0,95	6,25	5,70
0,975	4,44	4,46
1	0	0,63
1,0027	—	0
—	—	—
—	—	—

Tabelle 7

$$(r_a - r_i) = 0,02$$

$\frac{R}{g}$	0	0,0742
0	1	1
0,3	1,05	1,05
0,5	1,16	1,16
0,7	1,42	1,42
0,9	2,41	2,40
0,96	4,15	4,11
0,97	5,21	5,11
0,98	9,35	7,96
0,99	7,06	7,33
1	0	1,57
1,0027	—	0
—	—	—
—	—	—

Tabelle 8

$$(r_a - r_i) = 0,01$$

$\frac{R}{g}$	0	0,0742
0	1	1
0,3	1,05	1,05
0,6	1,25	1,25
0,8	1,69	1,69
0,9	2,35	2,34
0,94	3,05	3,02
0,98	5,86	5,64
0,985	7,31	6,99
0,99	14,11	11,54
0,995	9,99	10,74
1	0	3,15
1,0027	—	0
—	—	—
—	—	—

Für die Gl. (7) ergibt sich ein ähnlicher Ausdruck

$$(9) \quad I = \frac{\sqrt{r_a^2 - x^2} - \sqrt{r_i^2 - x^2}}{\sqrt{r_a - r_i}} + Z.$$

Dabei ist für $0 \leq x \leq \frac{r_i}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{g^2}}}$

$$Z = \frac{\sqrt{r_a^2 - x^2} - \sqrt{r_i^2 - x^2}}{\sqrt{r_a - r_i}} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \prod_{\nu=1}^n \frac{2\nu-1}{2\nu+2},$$

wobei sich die A_n aus der Gleichung

$$\left(\sum_{n=0}^{\infty} A_n \cdot \eta^n \right)^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(r_a^2 - x^2)^{1/2-n} - (r_i^2 - x^2)^{1/2-n}}{\sqrt{r_a^2 - x^2} - \sqrt{r_i^2 - x^2}} \cdot \left(x \cdot \frac{R}{g} \right)^{2n} \cdot \eta^n$$

ergeben. Für $x = r_i \leq \frac{r_a}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{g^2}}}$ gilt die Entwicklung

$$Z = \frac{\sqrt{r_a^2 - r_i^2}}{\sqrt{r_a - r_i}} \sum_{n=1}^{\infty} B_{2n} \prod_{\nu=1}^n \frac{2\nu-1}{2\nu+2} + \frac{\sqrt{r_a^2 - r_i^2}}{\sqrt{r_a - r_i}} \cdot \frac{4}{3\pi} \sum_{n=0}^{\infty} B_{2n+1} \cdot \prod_{\nu=1}^n \frac{2\nu}{2\nu+3},$$

wobei sich die B_n aus

$$\left(\sum_{n=0}^{\infty} B_n \zeta^n \right)^2 = \frac{-r_i}{\sqrt{r_a - r_i}} \cdot \frac{R}{g} \cdot \zeta + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{n} \right) \left(\frac{r_i}{\sqrt{r_a^2 - r_i^2}} \cdot \frac{R}{g} \right)^{2n} \cdot \zeta^{2n}$$

ergeben. Im Bereich $\frac{r_i}{\sqrt{1 - \frac{R^2}{g^2}}} \leq x \leq \frac{r_a}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{g^2}}}$ gilt die Entwicklung

$$Z = \frac{\sqrt{r_a^2 - x^2}}{\sqrt{r_a - r_i}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{x}{\sqrt{r_a^2 - x^2}} \cdot \frac{R}{g}\right)^n \cdot \prod_{\nu=1}^n \frac{2\nu - 1}{2\nu + 2}.$$

Im Bereich $x = r_a$ wird schließlich $Z = 0,605 \sqrt{\frac{R}{g}} \sqrt{\frac{r_a}{r_a - r_i}}$. Für $x \geq \frac{r_a}{\sqrt{1 - \frac{R^2}{g^2}}}$ ist $Z = 0$.

Für das Verhältnis $\frac{(r_a - r_i)}{r_a} = 0,1$ und bei Annahme starker Selbstabsorption ergibt sich die aus Tab. 9 und Abb. 8 (ausgezogene Kurve) ersichtliche Intensitätsverteilung für die numerische Apertur $\frac{R}{g} = 0,0742$.

Intensitätsverteilung am Bildort als Funktion des Gegenstandspunktes x bei starker Selbstabsorption für $\mathfrak{N}(r) = \text{const}$

Tabelle 9

$$\frac{(r_a - r_i)}{r_a} = 0,1$$

$x \backslash R/g$	0	0,0742	$x \backslash R/g$	0	0,0742
0	1	1	0,875	1,66	1,65
0,1	1	1	0,89	1,79	1,78
0,2	1	1	0,9	2,09	2,02
0,3	1,03	1,03	0,904	2,06	2,06
0,4	1,05	1,05	0,925	1,95	1,95
0,5	1,08	1,08	0,95	1,77	1,77
0,6	1,14	1,14	0,97	1,56	1,58
0,7	1,22	1,22	0,99	1,19	1,21
0,8	1,36	1,36	1	0	0,52
0,85	1,46	1,45	1,0027	—	0

Die Berücksichtigung der endlichen Apertur des Objektivs führt also in allen Fällen nur zu einer sehr kleinen Verbesserung der für den Grenzfall unendlich kleiner Öffnung berechneten Intensitätsverteilung.

5. Ergebnisse

Die Kurven der Abb. 3 und 5—8 geben die Intensitätsverteilung am Bildort in Abhängigkeit vom Gegenstandspunkt x wieder, wobei die Intensität nicht in absoluten Einheiten sondern als Vielfaches ihres Wertes für $x = x' = 0$, also für die Mitte des Bildes, aufgetragen ist. Alle Kurven zeigen ein ausgeprägtes Maximum in der Nähe des inneren Randes r_i ; die Höhe des Maximums ist weitgehend durch das Verhältnis $\frac{(r_a - r_i)}{r_a}$ bestimmt.

Bei vernachlässigbarer Selbstabsorption in der leuchtenden Schicht ergibt sich außerdem folgendes: Für den Grenzfall unendlich kleiner Öffnung (Abb. 5—7) und den Fall einer konstanten Dichte der leuchtenden Zentren im Hohlzylinder (vgl. Abb. 1 b) liegen die Maxima der Verteilungskurven an der Stelle des geometrischen Bildpunktes des inneren Randes; am Bildpunkt des äußeren Randes r_a ist die

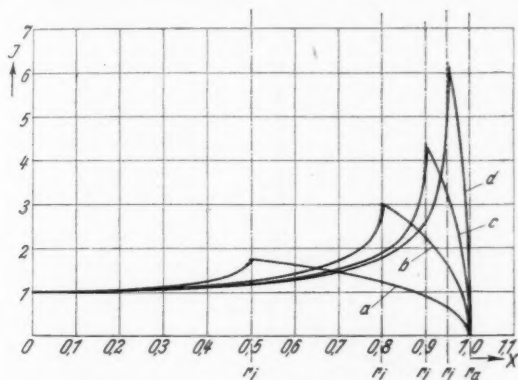


Abb. 5. Darstellung der Intensitätsverteilung am Bildort als Funktion des Gegenstandspunktes x gemäß Gl. (2) und (6)

für $\frac{(r_a - r_i)}{r_a} = 0,5$, Kurve a; für $\frac{(r_a - r_i)}{r_a} = 0,2$, Kurve b;
für $\frac{(r_a - r_i)}{r_a} = 0,1$, Kurve c; für $\frac{(r_a - r_i)}{r_a} = 0,05$, Kurve d.

..... Intensität am Bildort für $\frac{R}{g} = 0$,

— Intensität am Bildort für $\frac{R}{g} = 0,0742$

Intensität Null. Die Höhe des Maximums ist gegeben durch $\sqrt{\frac{(r_a + r_i)}{(r_a - r_i)}}$, sie wächst also sehr schnell beim Übergang zu kleineren Werten von $(r_a - r_i)$, also zu geringen Dicken der Leuchtzone.

Für den Fall, daß die Dichte der leuchtenden Zentren stetig nach den Rändern des Hohlzylinders zu abnimmt (Abb. 3), verschiebt sich das Maximum der Intensität nach der Mitte der Leuchtzone hin und wird gleichzeitig etwas flacher. Die Intensität verschwindet wieder am Ort des Bildes des äußeren Randes, wobei der Abfall der Intensität nach Null entsprechend der Verteilung der Dichte der leuchtenden Zentren weniger steil erfolgt. Zu beachten ist auch noch der Unterschied im Verlauf dieser und der vorher behandelten Kurven von der Stelle des Maximums an nach der Mitte ($x = 0$) zu.

Die für einen kleinen Zylinderdurchmesser und damit für kleine Flammenkegel bei Ableitung der Gl. (2), (3) und (4) gemachte Voraussetzung $\cos \varphi = 1$ kann experimentell durch Anwendung des „nach der Dingseite telezentrischen Strahlenganges“ (nach Abbe) auch bei

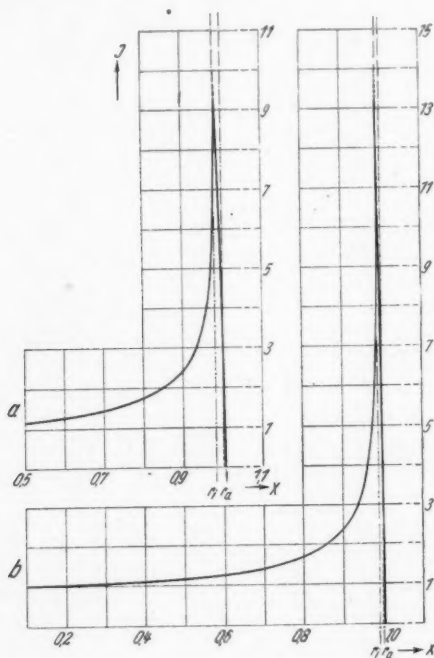


Abb. 6. Darstellung der Intensitätsverteilung am Bildort als Funktion des Gegenstandspunktes x gemäß Gl. (2) und (6) für $\frac{(r_a - r_i)}{r_a} = 0,02$ (Abb. 6a) und $\frac{(r_a - r_i)}{r_a} = 0,01$ (Abb. 6b).

..... Intensität am Bildort für $\frac{R}{g} = 0$,

—— Intensität am Bildort für $\frac{R}{g} = 0,0742$

größeren Zylinderdurchmessern, also auch bei größeren Flammenkegeln, nahezu streng erfüllt werden.

Der Einfluß der *endlichen Öffnung des Abbildungssystems* ist an Hand der Abb. 5–8 aus der Differenz zwischen der punktierten und der ausgezogenen Kurve zu ersehen. Er äußert sich bei großen

Werten von $\frac{(r_a - r_d)}{r_a}$, also dicken Leuchtzonen, in einer geringfügigen Verschiebung des Maximums nach größeren Werten von x und in einer unwesentlichen Verringerung der Maximalintensität.

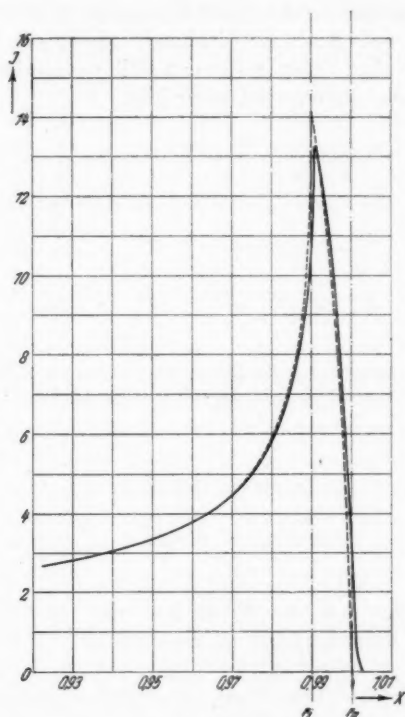


Abb. 7. Darstellung der Intensitätsverteilung am Bildort als Funktion des Gegenstandspunktes x gemäß Gl. (2) und (6)

für $\frac{(r_a - r_d)}{r_a} = 0,01$, Abszissenmaßstab gegenüber Abb. 6b zehnfach vergrößert

Auch die Intensität Null wird erst etwas außerhalb des geometrischen Bildes des äußeren Zylinderrandes erreicht (vgl. Abb. 7). Die Differenz zwischen den Maximalintensitäten bei endlicher und unendlich kleiner Öffnung ist proportional dem Quadrat der numerischen Apertur R/g .

Geht man zu dünnen Leuchtzonen über, für die $\frac{(r_a - r_d)}{r_a} \leq \frac{R^2}{g^2}$ wird, so tritt, wie man aus Gl. (8) und Tab. 2 ersehen kann, eine Änderung in dem Einfluß der endlichen Öffnung des Objektivs ein.

Das Maximum rückt in die Mitte der Leuchtzone (vgl. Abb. 7), und die Differenz der Maximalintensitäten wird in erster Näherung der numerischen Apertur R/g selbst proportional.

Unter dem Einfluß der Selbstabsorption wird die Maximalintensität kleiner, ohne daß die Lage des Maximums verändert wird. Wie man aus Gl. (9) und ihren Entwicklungen sieht, gilt das über den Einfluß der endlichen Öffnung für den Fall verschwindender Selbstabsorption Gesagte unverändert auch hier.

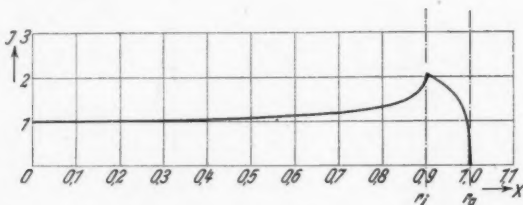


Abb. 8. Darstellung der Intensitätsverteilung am Bildort als Funktion des Gegenstandspunktes x gemäß Gl. (4) und (7)

$$\text{für } \frac{(r_a - r_i)}{r_a} = 0,1.$$

..... Intensität am Bildort für $\frac{R}{g} = 0$,

— Intensität am Bildort für $\frac{R}{g} = 0,0742$

Wendet man nun die Ergebnisse der vorstehenden Untersuchung auf den Flammenkegel an, so ergibt sich, daß die Verteilung der leuchtenden Zentren in der Leuchtzone in ihrem Bild nicht wiedergegeben wird. Die Intensitätsverteilungskurve weist zwei hervorragende Punkte auf, die Maximalintensität in der Nähe des inneren und die Intensität Null in der Nähe des äußeren Randes. Während der erste Punkt gut meßbar ist, kann der zweite infolge der Diffusionserscheinungen in der photographischen Schicht und der Gestalt der Schwärzungskurve bei einer einfachen photographischen Aufnahme nicht erfaßt werden. Es läßt sich daher nur eine bevorzugte Umrißlinie des Kegels bestimmen. Durch Überschreiten des geradlinigen Teiles der Schwärzungskurve, unzureichendes Auflösungsvermögen des verwendeten Objektivs, mangelhafte Scharfeinstellung und Diffusionseffekte in der photographischen Schicht kann besonders bei der Verdopplung dieser Einflüsse beim Umkopieren eine gewisse Breite des Maximums vorgetäuscht werden, die mit den tatsächlichen Verhältnissen im Flammenkegel nichts zu

tun hat. Eine direkte Messung der Dicke der Leuchtzone ist also nicht möglich.

Sind die Grenzen der Leuchtzone einigermaßen scharf definiert, so ist unter der Annahme verschwindend kleiner Selbstabsorption in der leuchtenden Schicht die Intensitätsverteilung durch das Verhältnis $\frac{(r_a - r_d)}{r_a}$ eindeutig gegeben. Es liegt daher nahe, aus einer gemessenen Intensitätsverteilung nach der von Hörmann¹⁾ angegebenen Methode mit Hilfe der Abelschen Integralgleichung auf die Verteilung der leuchtenden Zentren in der Leuchtzone und damit rückwärts auf die Dicke der Leuchtzone zu schließen. Die Annahme verschwindender Selbstabsorption im inneren Flammenkegel wird dabei durch die Ergebnisse von Wolfhard²⁾ gestützt. Er fand bei der 0,0-Bande von C_2 im Flammenkegel nur eine ganz geringfügige Absorption von weniger als 2%, so daß der Flammenkegel für die C_2 -Strahlung als „unendlich dünne“ Schicht zu betrachten ist. Für die CH-Banden sind noch keine derartigen Untersuchungen ausgeführt. Es ist aber nicht anzunehmen, daß bei diesen wesentlich andere Anregungsbedingungen vorliegen werden, also kann man auch die CH-Strahlung als frei von Selbstabsorption ansehen. Sollte aber doch in der Kegelstrahlung eine gewisse Selbstabsorption vorliegen, so bewirkt diese nach Abb. 8 eine Verflachung der gemessenen Kurve. In der gleichen Richtung wirken Diffusionseffekte in der photographischen Schicht, mangelndes Auflösungsvermögen des Objektivs, Abweichungen von der vorausgesetzten Verteilung der leuchtenden Zentren in der Leuchtzone und die endliche Breite des Photometerspaltes. Da alle diese Erscheinungen zur Folge haben, daß man bei dem oben angedeuteten Meßverfahren eine zu große Dicke bestimmt, so stellen die so erhaltenen Werte für die Dicke der Leuchtzone einen oberen Grenzwert dar. Versuche über die Ausführbarkeit der vorgeschlagenen Methode sind in Vorbereitung.

6. Zusammenfassung

Um zu untersuchen, ob in dem durch ein optisches System erzeugten Bild eines Flammenkegels die wahre Dicke der Leuchtzone unmittelbar auszumessen ist, wurde die Intensitätsverteilung in dem optischen Bilde eines leuchtenden Hohlzylinders mit gegebener Verteilung der leuchtenden Zentren unter gewissen Annahmen berechnet.

1) H. Hörmann, Ztschr. f. Phys. 97. S. 539. 1935.

2) H.-G. Wolfhard, Ztschr. f. Phys. 112. S. 107. 1939.

Es ergab sich:

1. Die Intensitätsverteilung in der Mattscheibenebene ist im Vergleich zu der gegebenen Intensitätsverteilung in der Einstellebene so verschmiert, daß nur eine Abschätzung aber keine genaue Messung der wahren Dicke der Leuchtzone durch Vermessung ihres Bildes möglich ist.

2. Der Verlauf der Intensitätsverteilungskurve hängt von der vorgegebenen Verteilung der leuchtenden Zentren in der Leuchtzone, vom Öffnungsverhältnis des abbildenden Objektivs und der Selbstabsorption in der leuchtenden Schicht ab.

3. Die Bestimmung der wahren Dicke der Leuchtzone erscheint durch Messung der Intensitätsverteilung möglich. Versuche hierzu sind in Vorbereitung.

Braunschweig, im September 1940.

(Eingegangen 14. November 1940)

*Der Larmorsche Satz in der Wellenmechanik**Von Rudolf Knittel*

Es wird die zeitabhängige Schrödingergleichung mit Vektorpotential auf ein rotierendes Koordinatensystem transformiert. Wählt man die Winkelgeschwindigkeit gleich der Larmorfrequenz, so ergibt sich die Schrödingergleichung für Potentialkräfte. Es wird das Verhalten der Amplitudengleichung bei dieser Transformation untersucht. Ferner wird eine Ableitung der Schrödingergleichung für Magnetfelder angegeben.

Das Analogon zum Larmorschen Satze der klassischen Theorie leitet man wellenmechanisch gewöhnlich auf folgende Weise ab¹⁾. Man geht von der Schrödingerschen Amplitudengleichung mit Magnetfeld aus und erhält durch einen geeigneten Ansatz für die Lösung die gewöhnliche Schrödingergleichung ohne Magnetfeld. In dieser tritt aber zu dem Energieparameter W ein Glied hinzu, das vom Magnetfelde herrührt. Die Eigenfunktionen werden also durch das Magnetfeld nicht geändert, nur die Energieeigenwerte sind alle um denselben Betrag verschoben. Die raum-zeitliche Wellenfunktion stellt eine um die Richtung des Magnetfeldes umlaufende zirkuläre Schwingung dar. Die Gruppengeschwindigkeit dieser Phasenwinkelgeschwindigkeit ist die bekannte Larmorfrequenz.

In dieser Arbeit soll nun gezeigt werden, wie sich der Larmorsche Satz der Wellenmechanik in vollkommener Analogie zur klassischen Mechanik herleiten läßt.

Wir gehen aus von der zeitabhängigen Schrödingergleichung mit Vektorpotential für ein Teilchen der Masse μ und der Ladung e :

$$(1) \quad \Delta u - \frac{2ie}{\hbar c} (\mathfrak{A}, \text{grad } u) - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(V + \frac{e^2 \mathfrak{A}^2}{2\mu c^2} \right) u + \frac{2\mu i}{\hbar} \frac{\partial u}{\partial t} = 0.$$

Wir betrachten ein statisches elektromagnetisches Feld

$$\mathfrak{E} = -\text{grad } \Phi, \quad \mathfrak{H} = \text{rot } \mathfrak{A}.$$

Das elektrische Feld sei rotationssymmetrisch um die z -Achse, d. h. in Zylinderkoordinaten ist \mathfrak{E} nur von r, z abhängig und die zirkuläre Komponente E_φ ist Null. Das Potential ist dann von φ unabhängig:

$$\Phi = \Phi(r, z).$$

1) Vgl. etwa die Darstellung bei A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien II. Bd., Braunschweig 1939, S. 103ff.

Das Magnetfeld sei homogen und habe die Richtung der z -Achse, $H = H_z$. Das Vektorpotential hat dann bei der üblichen Normierung $\operatorname{div} \mathfrak{A} = 0$ nur eine zirkulare Komponente und es ist

$$(2) \quad A = A_\varphi = \frac{rH}{2}.$$

Für den Ausdruck $\mathfrak{A} \operatorname{grad} u$ folgt

$$\mathfrak{A} \operatorname{grad} u = \frac{1}{2} H \frac{\partial u}{\partial \varphi}.$$

Damit wird die Gl. (1):

$$(1') \quad \Delta u - \frac{ieH}{\hbar c} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(V + \frac{e^2 \mathfrak{A}^2}{2\mu c^2} \right) u + \frac{2i\mu}{\hbar} \frac{\partial u}{\partial t} = 0.$$

Diese Gleichung transformieren wir auf ein mit der Winkelgeschwindigkeit ω_L um die z -Achse rotierendes Koordinatensystem:

$$(3) \quad r = \bar{r}, \quad \varphi = \bar{\varphi} + \alpha = \bar{\varphi} + \omega_L t, \quad z = \bar{z}.$$

Die Querstriche beziehen sich im folgenden auf das rotierende System.

Der Ausdruck Δu ist bekanntlich gegenüber Drehungen invariant. Wird das Koordinatensystem um den Winkel α um die z -Achse gedreht, so geht Δu wieder in den Laplaceschen Ausdruck in den neuen Koordinaten über, unabhängig vom Drehwinkel α . α darf also auch von der Zeit t abhängen; t spielt hier lediglich die Rolle eines Parameters. Es ist also:

$$(4) \quad \Delta u = \Delta \bar{u}.$$

Ferner ist:

$$(5) \quad \frac{\partial u}{\partial \varphi} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{\varphi}}.$$

Durch die Transformation (3) wird $\bar{\varphi}$ zeitabhängig, da φ als Ortskoordinate im festen System zeitunabhängig ist. Daraus ergibt sich:

$$(6) \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{du}{dt} = \frac{d\bar{u}}{dt} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{\varphi}} \frac{d\bar{\varphi}}{dt} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = - \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{\varphi}} \omega_L + \frac{\partial \bar{u}}{\partial t}.$$

Setzt man (4), (5), (6) in (1') ein, so folgt

$$\Delta \bar{u} - \frac{i}{\hbar} \left(\frac{eH}{c} + 2\mu \omega_L \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{\varphi}} - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(V + \frac{e^2 \mathfrak{A}^2}{2\mu c^2} \right) \bar{u} + \frac{2i\mu}{\hbar} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0.$$

Das zweite Glied fällt weg, wenn

$$(7) \quad \omega_L = - \frac{eH}{2\mu c}$$

gesetzt wird, für Elektronen also

$$(7') \quad \omega_L = \frac{|e|H}{2\mu c}.$$

Man erhält dann im rotierenden System die zeitabhängige Schrödingergleichung für Potentialkräfte:

$$(8) \quad \Delta \bar{u} - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(V + \frac{e^2 \mathcal{A}^2}{2\mu c^2} \right) \bar{u} + \frac{2i\mu}{\hbar} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0.$$

Damit ist die Gültigkeit des Larmorschen Satzes der Wellenmechanik gezeigt:

In dem mit der Winkelgeschwindigkeit (7) rotierenden Bezugssystem gilt dieselbe Wellengleichung wie in einem Inertialsystem ohne Magnetfeld. Präzession des Bezugssystems und Wirkung des Magnetfeldes sind auch in der nichtrelativistischen Wellenmechanik einander äquivalent.

Der Ausdruck

$$\frac{e^2 \mathcal{A}^2}{2\mu c^2}$$

ist das Potential der im rotierenden System auftretenden Fliehkräfte. Im Abstand r von der Achse beträgt die Zentrifugalkraft:

$$Z = \mu r \omega_L^2.$$

Setzt man den Wert (7) für ω_L ein, so erhält man

$$Z = \frac{e^2}{4\mu c^2} r H^2.$$

Im rotierenden System ist die Fliehkraft eine eingeprägte Kraft mit dem Potential:

$$\Phi_z = \frac{e^2}{2\mu c^2} \left(\frac{rH}{2} \right)^2 = \frac{e^2}{2\mu c^2} \mathcal{A}^2.$$

Dieses Potential tritt also zu der potentiellen Energie $V = e\Phi$ elektrostatischen Ursprungs hinzu. Es kann in den meisten Fällen vernachlässigt werden¹⁾.

Wir betrachten noch die Amplitudengleichung in beiden Systemen. Im festen System lautet diese:

$$(9) \quad \Delta \psi - \frac{ieH}{\hbar c} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} + \frac{2\mu}{\hbar^2} (W - V) \psi = 0.$$

Durch die Transformation (3) wird ψ im bewegten System ($\bar{\psi}$) eine Funktion der Zeit. Die Zeitabhängigkeit bestimmen wir auf folgende Weise. Zur Integration von (9) kann man den Ansatz

$$(10) \quad \psi(r, \varphi, z) = f(r, z) e^{im\varphi}$$

machen; m positive oder negative ganze Zahl. (Das folgt aus der Rotationssymmetrie.) Setzt man (3) in (10) ein, so ergibt sich

$$\psi(r, \varphi, z) = f(\bar{r}, \bar{z}) e^{im\bar{\varphi}} \cdot e^{im\omega_L t} = \bar{\psi}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{z}) e^{im\omega_L t}.$$

1) Das hat bekanntlich bei Atomen, klassisch-mechanisch betrachtet, seinen Grund darin, daß die durch das Magnetfeld erzeugten zusätzlichen Rotationsgeschwindigkeiten der Elektronen klein sind gegenüber ihren ohnehin vorhandenen Geschwindigkeiten durch die vom Atomkern wirkenden Kräfte.

Die Wellenfunktion drückt sich also durch die Eigenfunktionen und Eigenwerte folgendermaßen aus¹⁾:

$$(11) \quad u = \sum \psi e^{-\frac{i}{\hbar} W t} = \sum \tilde{\psi} e^{-\frac{i}{\hbar} (W + m \hbar \omega_L) t} = \sum \tilde{\psi} e^{-\frac{i}{\hbar} \tilde{W} t} = \tilde{u}.$$

Die Energieeigenwerte \tilde{W} im rotierenden System sind also um den Betrag

$$(12) \quad \Delta W = m \hbar \omega_L = m \hbar \frac{e H}{4 \pi \mu c}$$

gegen die Eigenwerte im festen System verschoben. Das führt bei Atomen bekanntlich zum normalen Zeemaneffekt. Der monochromatische Ansatz

$$\tilde{u} = \tilde{\psi} e^{-\frac{i}{\hbar} \tilde{W} t} = \tilde{\psi} e^{-\frac{i}{\hbar} (W + m \hbar \omega_L) t}$$

liefert dann aus der transformierten Wellengleichung (8) die Amplitudengleichung

$$(13) \quad \Delta \tilde{\psi} + \frac{2\mu}{\hbar^2} (W + m \hbar \omega_L - V) \tilde{\psi} = 0.$$

Derselbe Ausdruck ergibt sich²⁾ auch direkt aus (9) durch den Ansatz (10). Die so erhaltene Amplitudengleichung läßt sich also deuten als Amplitudengleichung im rotierenden System. So wird verständlich, daß sich durch (10) eine Gleichung für Potentialkräfte ergibt.

Zum Schlusse sei noch gezeigt, wie sich die Schrödingergleichung mit Vektorpotential herleiten läßt, wenn man im Vorhinein den klassisch bewiesenen Larmorschen Satz in der Formulierung: „Im rotierenden System ist das Magnetfeld wegtransformiert“ korrespondenzmäßig auch für die Wellenmechanik als gültig ansieht. Man kann dann im rotierenden System die Wellengleichung für Potentialkräfte ansetzen; dabei ist noch das Potential der Zentrifugalkraft dem elektrostatischen Potential hinzuzufügen. Transformiert man auf das Inertialsystem, so ergibt sich die gesuchte Gleichung.

Da sich die Schrödingergleichung für Potentialkräfte nach der optisch-mechanischen Analogie herleiten läßt, so ist diese Ableitung nicht so formal wie die mit der Operatorenmethode Schrödingers.

1) Bei etwa vorhandenen kontinuierlichen Eigenwertsspektren wären noch entsprechende Integralausdrücke zu berücksichtigen.

2) Vgl. A. Sommerfeld, a. a. O. S. 104, Gl. (3), (4).

Prag II, Laibacher Str. 52/III, im Oktober 1940.

(Eingegangen 26. Oktober 1940)

Bemerkung zur Theorie des Lichtdurchgangs durch inhomogene durchsichtige Schichten

Von Hubert Schröder

(Aus dem physikalischen Laboratorium der Optischen Werke
C. A. Steinheil Söhne, G. m. b. H. München)

(Mit 1 Abbildung)

Die Theorie des Durchgangs von Licht durch optisch inhomogene durchsichtige Schichten hat in den letzten Jahren in erhöhtem Maße an Interesse gewonnen, seitdem es gelang, solche Schichten zur Verminderung der Reflexion auf Glas aufzubringen. Vom Standpunkt der elektromagnetischen Lichttheorie aus wurde das Problem erstmals von M. Schlick¹⁾ für einen besonderen Fall behandelt. R. Gans²⁾ hat später die allgemeine Theorie der Reflexion in inhomogenen Medien entwickelt. Auf Grund der Schlickschen Ergebnisse wurden dann von G. Bauer³⁾ zur Deutung seiner experimentellen Untersuchungen Berechnungen des Reflexionsvermögens r durchgeführt, die sich wie bei Schlick auf den speziellen Fall beziehen, daß der Brechungsindex in der Schicht hyperbolisch gegen die Oberfläche zu abnimmt. Das exakte Ergebnis, das nur durch einen sehr komplizierten Ausdruck darstellbar ist, konnte von ihm zu folgender Näherung vereinfacht werden:

$$(1) \quad r = 1 - \frac{4n_s^2 n q}{n_s^2 (n + q)^2 - (n_s^2 - q)(n^2 - n_s^2 q) \sin^2 \frac{2\pi n_s d}{\lambda}}$$

Hierin bedeutet n den Brechungsindex der Unterlage (Glas), $q = \frac{n_{sg}}{n_{sv}}$ das Verhältnis der Werte, die der Brechungsindex der Schicht an ihren Grenzflächen (Glas bzw. Vakuum oder Luft) besitzt (vgl. Abb. 1), $n_s = \frac{2n_{sg} n_{sv}}{n_{sg} + n_{sv}}$ den mittleren Brechungsindex der Schicht, d die Schichtdicke und λ die Wellenlänge des Lichts. Diese Näherung kann nach Bauer mit genügender Genauigkeit angewandt werden, solange $q \leq 1.1$ ist.

1) M. Schlick, Über die Reflexion des Lichts in einer inhomogenen Schicht, Diss. Berlin 1904.

2) R. Gans, Ann. d. Phys. [4] 47. S. 709. 1915.

3) G. Bauer, Ann. d. Phys. [5] 19. S. 434. 1934.

Im folgenden soll gezeigt werden, daß dieselbe Näherungsformel auch ohne viel Rechnung auf Grund einer anschaulichen Vorstellung abgeleitet werden kann, wobei zugleich die physikalische Bedeutung der Näherung erkennbar wird.

Wir betrachten zunächst eine homogene Schicht mit einheitlichem Brechungsindex \bar{n} , die auf einer Unterlage vom Brechungsindex n aufliegt. Fällt ein Lichtstrahl senkrecht auf diese Schicht, so ergibt sich bei Berücksichtigung der vielfachen Reflexionen an ihrer Ober- und Unterseite der reflektierte Bruchteil ähnlich wie bei der Theorie des Fabry-Perot-Interferometers. Bedeuten a bzw. b die (reellen) Bruchteile der Amplitude, die beim jedesmaligen Auftreffen des Lichtes auf die obere bzw. untere Grenzfläche der Schicht reflektiert werden, und besitzen zwei aufeinanderfolgende, an der oberen und unteren Fläche gespiegelte Wellen die relative Phasendifferenz $\Delta = 2\pi \cdot \frac{2\bar{n}d}{\lambda}$, so wird die Gesamtamplitude

$$(2) \quad \begin{cases} s = a + b(\sqrt{1-a^2})^2 e^{-i\Delta} + a b^2 (\sqrt{1-a^2})^2 e^{-i2\Delta} + \dots \\ = a + b(1-a^2) e^{-i\Delta} \sum_{p=0}^{\infty} (ab)^p e^{-ip\Delta} = a + \frac{b(1-a^2) e^{-i\Delta}}{1-ab e^{-i\Delta}} \end{cases}$$

Durch Multiplikation mit dem konjugiert komplexen Wert erhält man daraus unmittelbar die Intensität des reflektierten Lichts

$$(3) \quad r = \frac{(a+b)^2 - 4ab \sin^2 \frac{\Delta}{2}}{(1+ab)^2 - 4ab \sin^2 \frac{\Delta}{2}}$$

In unserem Falle ist, gemäß den Fresnelschen Formeln für senkrechte Inzidenz, $a = \frac{\bar{n}-1}{\bar{n}+1}$, $b = \frac{n-\bar{n}}{n+\bar{n}}$. Damit wird

$$(4) \quad r = 1 - \frac{4\bar{n}^2 n}{\bar{n}^2 (n+1)^2 - (\bar{n}^2 - 1)(n^2 - \bar{n}^2) \sin^2 \frac{\Delta}{2}}$$

Im Fall einer inhomogenen Schicht ist zunächst mit den Bezeichnungen von Gl. (1) analog

$$a = \frac{n_{sv} - 1}{n_{sv} + 1}, \quad b = \frac{n - n_{sg}}{n + n_{sg}}$$

und man erhält

$$(5) \quad r = 1 - \frac{4n n_{sv} n_{sg}}{(n n_{sv} + n_{sg})^2 - (n_{sv}^2 - 1)(n^2 - n_{sg}^2) \sin^2 \frac{\Delta_s}{2}}$$

Δ_s ist dabei sinngemäß $= \frac{4\pi}{\lambda} \int_0^d n(x) dx$ zu setzen.

Dabei ist über den Verlauf von n in der Schicht noch keinerlei Voraussetzung gemacht und eine etwaige Änderung der Intensitätsverhältnisse unter dem Einfluß der Inhomogenität der Schicht außer Betracht gelassen. Führt man als Mittelwert den von Bauer gewählten ein ($n_s = \frac{2n_{sg}n_{sv}}{n_{sg} + n_{sv}}$), so wird

$$(6) \quad \tau = 1 - \frac{4n_s^2 n q}{n_s^2 (n + q)^2 - \left[n_s^2 - \left(\frac{2q}{q+1} \right)^2 \right] \left[n^2 - n_s^2 \left(\frac{q+1}{2} \right)^2 \right] \sin^2 \frac{A_s}{2}}.$$

Da $q \leq 1.1$ vorausgesetzt ist, kann man (eine Vereinfachung, die übrigens auch in dem Bauerschen Ergebnis enthalten ist) $q = 1 + \delta$ setzen, so daß sowohl $\left(\frac{2q}{q+1} \right)^2 = \left(\frac{1+\delta}{1+\frac{\delta}{2}} \right)^2$ als $\left(\frac{q+1}{2} \right)^2 = \left(1 + \frac{\delta}{2} \right)^2$

durch $1 + \delta = q$ ersetzt werden kann. Damit ist aber Gl. (6) identisch mit der Bauerschen Näherung (1).

Zu demselben Ergebnis kommt man auch mit den Mittelungen $n_s = \sqrt{n_{sg} n_{sv}}$ oder $n_s = \frac{1}{2}(n_{sg} + n_{sv})$; die Einführung von n_s ist in unserem Fall, wo von vorneherein über den Gang des Brechungsindex in der Schicht nichts ausgesagt wird, natürlich ohne physikalische Bedeutung.

Man sieht nun auch, daß die Bauersche Näherung lediglich die Überlagerung der an den Grenzflächen der Schicht sich abspielenden Reflexionen beschreibt, unter Vernachlässigung der Vorgänge im inhomogenen Medium selbst. Es ist somit möglich, den Durchgang des Lichts durch die Schicht wie im homogenen Fall durch ein einfaches Bild zu überblicken (Abb. 1). Die Intensität des reflektierten monochromatischen Lichts im Interferenzminimum richtet sich hiernach einfach nach der Größe der relativen Sprünge des Brechungsindex an den Schichtgrenzen und kann, wenn diese gleich groß sind, unabhängig vom mittleren Brechungsindex stets zu Null gemacht werden, sofern die zulässigen Schranken der Inhomogenität nicht überschritten werden; bei der homogenen Schicht dagegen ist das Verschwinden der Reflexion nur unter der Bedingung $\bar{n} = \sqrt{n}$ möglich. In der folgenden Tabelle sind die Extremwerte von τ für homogene und inhomogene Schicht zusammengestellt.

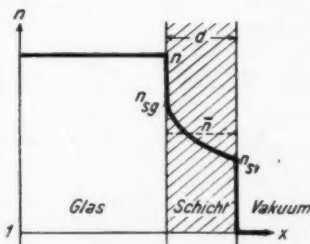


Abb. 1. Schematischer Verlauf des Brechungsquotienten in einer Oberflächen-schicht

	$q = 1$		$q \geq 1$	
	$\bar{n} < n$	$\bar{n} > n$	$n_{zg} < n$	$n_{zg} > n$
Maximum	$\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$	$\left(\frac{n-\bar{n}^2}{n+\bar{n}^2}\right)^2$	$\left(\frac{n-q}{n+q}\right)^2$	$\left(\frac{n-n_{zg}n_{zg}}{n+n_{zg}n_{zg}}\right)^2$
Minimum	$\left(\frac{n-\bar{n}^2}{n+\bar{n}^2}\right)^2$	$\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$	$\left(\frac{n-n_{zg}n_{zg}}{n+n_{zg}n_{zg}}\right)^2$	$\left(\frac{n-q}{n+q}\right)^2$

Schließlich ist bei inhomogenen Schichten auch noch der Fall einer — von Dispersion abgesehen — wellenlängenunabhängigen Reflexverminderung realisierbar, wenn nämlich einer der Klammerfaktoren des $\sin^2 \frac{A}{2}$ -Gliedes zu Null wird. Physikalisch bedeutet dies das Verschwinden einer der Grenzflächen, wobei $\tau = \left(\frac{n-q}{n+q}\right)^2$ ist.

Daß die Vernachlässigung der Intensitätsänderung im inhomogenen Medium für den angegebenen Bereich von q zulässig ist, ergibt sich beim Vergleich mit der Forderung von Gans¹⁾, wonach für diesen Fall $\left(\frac{\lambda}{2\pi n} \cdot \frac{dn}{dx}\right)^2$ und $\frac{1}{n} \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{d^2n}{dx^2}$ klein gegen 1 sein müssen. Bei konstantem Gradienten $\left(\frac{d^2n}{dx^2} = 0\right)$ ist nämlich für $|\delta| = 0,1$

$$\left|\frac{dn}{dx}\right| = \frac{n_s |q-1|}{\lambda} = \frac{0,4 n_s^2}{\lambda}, \quad \text{also} \quad \left(\frac{\lambda}{2\pi n_s} \frac{dn}{dx}\right)^2 = \frac{0,16 n_s^2}{4\pi^2} \approx 0,009,$$

wenn $n_s = \frac{1}{d} \int_0^d n(x) dx = 1,5$ gesetzt wird.

Ein ähnliches Ergebnis läßt sich aus einer Arbeit von Thomas und Colwell²⁾ für den speziellen Fall herleiten, daß der Brechungsindex der Übergangsschicht nur wenig größer als 1 ist, wie z. B. bei der Reflexion von Radiowellen an verschiedenen Luftmassen der Troposphäre.

1) R. Gans, a. a. O.

2) C. D. Thomas u. R. C. Colwell, Phys. Rev. 56. S. 1214. 1939.

München.

(Eingegangen 16. November 1940)

Zur Energieverteilung der Sekundärelektronen**I. Die Methode des longitudinalen Magnetfeldes****Von R. Kollath**

(Aus dem Forschungs-Institut der AEG)

(Mit 17 Abbildungen)

Die Energieverteilung der Sekundärelektronen ist seit der Entdeckung der Sekundärelektronenemission Gegenstand zahlreicher Untersuchungen gewesen; eine Zusammenstellung dieser Arbeiten seit 1925 gibt Tab. 1. Dabei hat sich gezeigt, daß das Maximum der Energieverteilung für alle Materialien zwischen 1 und 10 Volt

Tabelle 1

Sekundärelektronen-Energieverteilungsmessungen seit 1925
für Primärelektronenenergien bis 1000 eV

Autor	Jahr	Energie der Primär- elektronen	Energie- verteilungsmax. in eV	Material	Meßmethode
Becker . . .	1925	24—1075	2	Ruß	Gegenfeld
Grimsdale . .	1927	36 u. 176	5—6	Al	transvers. Magnetfeld
Laworth . .	1935	0—150	3 (11; 24; 36)	Mo	transvers. Magnetfeld
Laworth . .	1936	0—150	4,5 (9; 21; 31)	Cb	transvers. Magnetfeld
Langenwalter	1935	0—100	{ 2—3 2	Ag, Pt Pd	Gegenfeld
Matnitsky . .	1938	50—300	1—3	Cs-Photoschicht	Gegenfeld
Rudberg . .	1936	150	{ 3,3 5,4	Cu Ag, Au	transvers. Magnetfeld
Sharma . .	1927	100—1000	5—15	Cu, Pt, Graphit	transvers. Magnetfeld
Stoller . . .	1930	7,5—100	{ 4 n. Erhitz. 10—20	Mo	transvers. Magnetfeld

zu suchen ist. Eine oberflächliche Betrachtung der Tab. 1 zeigt aber bereits, daß die auftretenden Abweichungen in der angegebenen Lage des Maximums bei den verschiedenen Autoren nicht ohne weiteres als Materialabhängigkeit gedeutet werden können; denn auch die Angaben für ein und dasselbe Material (z. B. für Silber nach Langenwalter, Rudberg) weichen noch merklich voneinander ab. Danach erschien es notwendig, die Materialabhängigkeit der Sekundärelektronen-Energieverteilung einer genaueren Untersuchung zu unterziehen. Denn eine Aufklärung des Vorganges der Sekundär-

emission ist nur bei genauer Kenntnis der Energieverteilung der Sekundärelektronen zu erhoffen, ganz abgesehen von der Beantwortung der damit zusammenhängenden Fragen mehr technischer Art.

Für die Durchführung der Messungen wurde die Methode des longitudinalen Magnetfeldes gewählt¹⁾, die auf Busch²⁾ zurückgeht. Da diese Methode zur Geschwindigkeitsanalyse bisher nur im Bereich schneller β -Strahlen herangezogen wurde³⁾, war zunächst festzustellen, ob sich auch im Gebiet langsamster Elektronen eine einwandfreie Geschwindigkeitsanalyse nach dieser Methode durchführen läßt. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind so günstig, daß die Methode des longitudinalen Magnetfeldes zweifellos über das spezielle Gebiet der Sekundärelektronen hinaus allgemeinere Anwendung bei der Untersuchung der Geschwindigkeitsverteilung langsamer Elektronen und Ionen finden wird; erste Versuche in dieser Richtung mit Photoelektronen werden am Schluß der Arbeit besprochen. Bei dieser Sachlage erschien es gerechtfertigt, den methodischen Teil der Gesamtuntersuchung in der vorliegenden Form für sich allein zu veröffentlichen.

I. Zur Wahl der Untersuchungsmethode

Bei der Auswahl der Meßmethode waren folgende Gesichtspunkte zu berücksichtigen:

a) Der Raum, in welchem die Sekundärelektronen entstehen, muß feldfrei sein. Bei Untersuchung verschiedener Materialien müssen also die dabei entstehenden Kontaktpotentialdifferenzen zwischen diesen Materialien und der umgebenden Apparatur gemessen und durch entsprechende, an die Platte vor der Messung anzulegende Potentiale kompensiert werden.

b) Die Methode soll intensitätsreich sein, damit die Intensität der Primärelektronen klein bleibt und so die Möglichkeit von störenden Raumladungen vor dem Sekundärstrahler ausgeschaltet wird.

c) Die Auftreffstelle des Primärelektronenstrahls auf den Sekundärstrahler und seine Elektronendichte soll durch den Meßvorgang nicht beeinflußt werden.

d) Es soll eine andere als die beiden bisher benutzten Methoden (vgl. Tab. 1) gewählt werden, damit Übereinstimmungen mit den Ergebnissen einer der bereits benutzten Methoden nicht als methodisch bedingt erklärt werden können.

1) Vgl. Vortrag Kriegsphysikertag Berlin 1940, Ztschr. f. techn. Phys. im Druck.

2) H. Busch, Phys. Ztschr. 23. S. 438. 1922.

3) O. Klemperer, Philos. Mag. 20. S. 545. 1935.

e) Die Apparatur soll keine Fettschliffe enthalten und wenigstens ausheizbar sein, falls sich die Apparaturteile nicht sogar ausglühen lassen.

Die Gegenspannungsmethode schied nicht nur aus dem unter d) genannten Grunde aus; das Differenzieren von Gegenspannungskurven bringt nämlich eine unvermeidbare Ungenauigkeit in das Meßergebnis hinein, und selbst wenn dieses Differenzieren nach dem schönen Verfahren von Vetterlein¹⁾ durch Überlagerung einer Wechselfeldspannung automatisch erfolgt, bleibt immer noch die Schwierigkeit der Verifizierung wirklich sauberer Feldverhältnisse²⁾. Die Methode des transversalen Magnetfeldes hätte den aufgestellten Anforderungen unter b) und c) nicht ohne weiteres entsprochen, unter c) jedenfalls nur in der Form des bewegten Meßkäfigs, die aber größere Schwierigkeiten bei den sonstigen Anforderungen (e) mit sich bringt.

Nach einigen Versuchen anderer Art wurde schließlich die Methode des longitudinalen Magnetfeldes gewählt und ihrem neuen Verwendungszweck, der Geschwindigkeitsverteilungsmessung an langsamen Elektronen³⁾, durch geeignete Maßnahmen angepaßt. In der im folgenden Abschnitt beschriebenen Form entspricht diese Methode weitgehend den eben aufgestellten Anforderungen: Der Entstehungsraum der Sekundärelektronen wird feldfrei gehalten durch Kompensation des vorher bestimmten Kontaktpotentials. Die Methode ist intensitätsreicher als die Methode des transversalen Magnetfeldes infolge ihrer Zylindersymmetrie, wodurch alle Elektronen einer Winkelzone erfaßt werden; der Primärelektronenstrom wird durch das veränderliche magnetische Meßfeld praktisch nicht beeinflusst, weil die Primärelektronen in Richtung der magnetischen Kraftlinien laufen; die ganze Röhre ist aus Hartglas gebaut und enthält keine Fettschliffe, wird vor der Messung ausgeheizt und in einigen Fällen werden außerdem die Metallteile mit Hochfrequenz ausgeglüht⁴⁾;

1) P. Vetterlein, Ann. d. Phys. [5] **35**, S. 251. 1939.

2) Vgl. A. Becker, Ann. d. Phys. **58**, S. 393. 1919.

3) Longitudinale Magnetfelder wurden im Bereich langsamer Elektronen bereits von M. Rusch (Ann. d. Phys. **80**, S. 707. 1926) und von H. Gaertner (Ann. d. Phys. [5] **8**, S. 135. 1931) zur Herstellung monochromatischer Elektronenstrahlen für Wirkungsquerschnittsmessungen benutzt.

4) Die Metallteile der Apparatur bestanden hauptsächlich aus Messing; es konnten daher nur Temperaturen bis zu eben beginnender Rotglut beim Ausglühen verwendet werden. Eine Nachmessung einiger, besonders saubere Bedingungen verlangender Resultate ist mit einer vollkommen aus Tantal gebauten Apparatur geplant, die bereits im Bau ist.

die Quecksilberdämpfe der Pumpe werden durch Fallen mit flüssiger Luft zurückgehalten.

Die Vorteile der benutzten Methode liegen also vor allem in der prinzipiellen Freiheit von systematischen Fehlermöglichkeiten. Demgegenüber sei darauf hingewiesen, daß naturgemäß eine Aussage zunächst nur über die Energieverteilung der unter einem bestimmten Winkel aus dem Sekundärstrahler heraustretenden Sekundärelektronen gemacht werden kann und daß eine Aussage über andere Austrittswinkel nur durch Umbau der gesamten Blendenanordnung zu erreichen ist. Zur endgültigen Klarstellung des Verhaltens aller Sekundärelektronen gehört daher noch der Nachweis, daß die Energieverteilung der Sekundärelektronen für verschiedene Emissionsrichtungen nicht wesentlich verschieden ist¹⁾.

II. Der Aufbau der Versuchsanordnung

Der im folgenden näher beschriebene und in Abb. 1 schematisch dargestellte „Analysator“ unterscheidet sich von früheren Anordnungen ähnlicher Art vor allem durch eine größere Zahl von

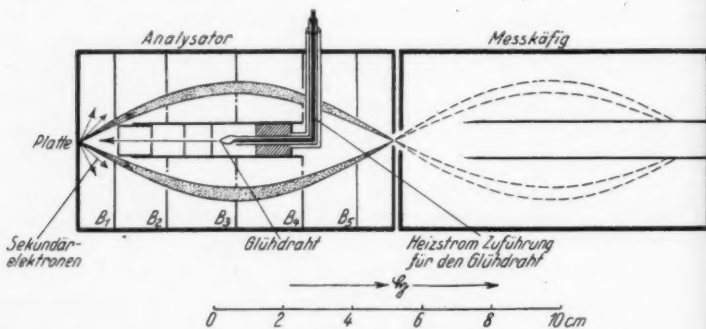


Abb. 1. Versuchsaufbau
zur Messung der Sekundärelektronengeschwindigkeitsverteilung

Blenden, um die nicht zum Strahlengang gehörenden Sekundärelektronen (S) zurückzuhalten²⁾, und durch den Einbau einer Primärelektronenquelle in die sowieso bei dieser Methode sonst unbenutzte Mitte der Anordnung. Die Primärelektronen (P) gehen vom Glühdraht aus (haarnadelförmig gebogener, unthorierter Wolframdraht von 0,1 mm Durchmesser), der gegenüber den gesamten übrigen

1) Vgl. R. Kollath, Phys. Ztschr. 38. S. 206 oben. 1937.

2) Bisher wurde nur eine kreisförmige Blende in der Mitte der Anordnung benutzt, um die achsennahen Strahlen abzublenzen.

Apparaturteilen auf einige 100 Volt negativ aufgeladen ist, um den P die gewünschte Energie zu erteilen. Die Heizstromzuführung für den Glühdraht ist bifilar ausgebildet, Stromzuführung durch einen Draht, Stromabführung durch einen ihn konzentrisch umgebenden Metallzylinder, um Magnetfeldstörungen durch die Glühdrahtheizung zu vermeiden. Der letztere Zylinder ist schließlich nochmals von einem weiteren Zylinder umgeben, der auf dem Potential der übrigen Apparaturteile liegt und so den Raum, in dem die S laufen, gegen den auf negativem Potential liegenden Glühdraht abschirmt. Durch mehrere Blenden von 1 mm Durchmesser wird ein scharfer P -Strahl ausgeblendet, der auf die Mitte der sekundärstrahlenden Platte auftrifft. Aus den von der Platte nach allen Richtungen ausgehenden S werden durch die Zonenblenden B_1 bis B_5 Elektronen einer bestimmten Richtung ausgewählt, die dann unter dem Einfluß eines in Achsenrichtung verlaufenden homogenen Magnetfeldes der Stärke \mathfrak{H} auf Schraubenlinien an der Eintrittsöffnung zum Meßkäfig wieder gesammelt werden. Ist die Entfernung zwischen dem Ausgangspunkt und dem Wiedervereinigungspunkt der S , also die Länge des Analysators gleich l („Knotenabstand“), die größte Auslenkung aus der Achse in der Mitte des Analysators gleich $2r$, die Feldstärke des Magnetfeldes \mathfrak{H} , die Geschwindigkeit der in den Meßkäfig gelangenden S gleich v , und bezeichnet man die Achsenrichtung als z -, die dazu senkrechte als x -Richtung, so gilt:

$$(1) \quad 2r = 2 \frac{m}{e} \cdot \frac{v}{\mathfrak{H}} \cdot \sin \alpha,$$

$$(2) \quad l = 2\pi \cdot \frac{m}{e} \cdot \frac{v}{\mathfrak{H}} \cdot \cos \alpha.$$

Daraus folgt:

$$(3) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2\pi r}{l}.$$

Trägt man allein den Abstand des Elektrons von der Achse in jedem Punkt seiner Bahn über der Achse auf, ohne sich um die Verschraubung der Bahn zu kümmern¹⁾, so erhält man eine Sinuslinie (vgl. auch Abb. 1).

Der in den Meßkäfig gelangende Geschwindigkeitsbereich Δv ist, ebenso wie bei der Methode des transversalen Magnetfeldes²⁾, nicht konstant wegen der fest vorgegebenen Breite der Zonenblenden,

1) Diese interessiert wegen der Zylindersymmetrie in diesem Zusammenhang überhaupt nicht.

2) Vgl. R. Kollath, Ann. d. Phys. [5] 27. S. 721. 1936.

z. B. der Mittelblende $\Delta(2r)$, sondern er ist proportional zur Magnetfeldstärke. Denn aus (1) folgt für eine bestimmte Magnetfeldstärke \mathfrak{H}_1 :

$$\Delta(2r) \sim \frac{\Delta v}{\mathfrak{H}_1}$$

und für eine andere bestimmte Magnetfeldstärke \mathfrak{H}_2 :

$$\Delta(2r) \sim \frac{\Delta v}{\mathfrak{H}_2},$$

d. h.

$$(4) \quad \Delta v \sim \mathfrak{H} \cdot \Delta(2r) \quad \text{oder} \quad \Delta v \sim \mathfrak{H},$$

da ja auch $\Delta(2r)$ konstant ist. Die direkt gemessene „magnetische Verteilungskurve“, die durch die Funktion $J_{\text{Messk\u00e4fig}} = \varphi(\mathfrak{H})$ definiert ist, geht also erst nach Division der Ordinaten durch \mathfrak{H} in die gesuchte Geschwindigkeitsverteilungskurve

$$\frac{di}{dv} = f(v)$$

der S über. Diese Geschwindigkeitsverteilung kann dann in bekannter Weise in die Darstellungsform der Energieverteilung $\frac{dJ}{dE} = F(E)$ gebracht werden.

In Abb. 2 ist der gesamte Versuchsaufbau schematisch dargestellt. Die Messung des S -Stroms zum Meßkäfig erfolgt mit einem Elektrometer, im allgemeinen durch Aufladungsmessung, bei einigen Kontrollmessungen durch Messung des Spannungsabfalls an einem Hochohmwiderrstand. Die sekundärstrahlende Platte ist in

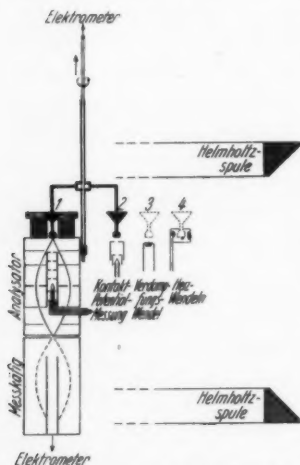


Abb. 2. Gesamter Versuchsaufbau (schematisch)

der Mitte ausgespart für das Einsetzen eines isolierten, durch einen Konus in definierter Lage gehaltenen Stempels, der mit drei anderen Stempeln gleicher Art zusammen an einem Traggestell befestigt ist, das zwecks Auswechslung der Stempel gegeneinander in die Höhe gehoben und gedreht werden kann; diese Bewegung erfolgt magnetisch in einem längeren, nach oben verlaufenden Ansatzrohr. Die Stempel bestehen aus verschiedenen Materialien oder sie tragen Kappen aus den zu untersuchenden Materialien. Das bewegliche Traggestell dient gleichzeitig als Spannungszuführung für den Stempel. Mit dieser Anordnung können verschiedene Materialien

zeitlich unmittelbar hintereinander, also jedenfalls ohne dazwischenliegenden Lufteinlaß bezüglich ihrer Geschwindigkeitsverteilung miteinander verglichen werden. Die drei anderen nicht gerade in der Apparatur steckenden Stempel stehen drei Einrichtungen gegenüber, wie es schematisch in Abb. 2 angedeutet ist. Dem Stempel 2 gegenüber steht eine Elektronenkanone. Nimmt man eine Spannungskurve am Stempel 2 auf, so lassen sich auf diese Weise die relativen Kontaktpotentialdifferenzen der verschiedenen Stempelmaterialien nach dem Verfahren von Mönch¹⁾ untereinander bestimmen (näheres hierzu unter Kontrollen). Stempel 3 gegenüber steht eine Wolframwendel, die mit verschiedenen zu verdampfenden Materialien gefüllt werden kann; auf diese Weise kann eine Aufdampfschicht aus dem betreffenden Material auf dem Stempel aufgebracht werden. Stempel 4 sitzt zwischen zwei parallel geschalteten Heizwendeln, so daß er durch Elektronenbeschuß aus diesen Wendeln ausgeglüht werden kann. Wegen der Auswechselbarkeit aller vier Stempel untereinander kann jeder Stempel vor jede dieser Einrichtungen gebracht werden. Das homogene Magnetfeld wird durch eine Helmholtzspule erzeugt.

III. Meßvorgang und Meßbeispiel

Die magnetische Verteilungskurve wird in folgender Weise festgelegt: Nach Messung des Kontaktpotentials eines Stempelmaterials nach dem Verfahren des vorigen Absatzes wird dieser Stempel in die Apparatur eingesetzt und das Kontaktpotential gegen die Apparatur durch entsprechendes Potential des Stempels vor der Messung kompensiert. Dem Glühdraht wird ein negatives Potential entsprechend der gewünschten P -Energie erteilt. Es wird dann der Strom zum Meßkäfig als Funktion der Magnetfeldstärke gemessen und daraus die „magnetische“, die Geschwindigkeits- und die Energieverteilungskurve berechnet, wie in Tab. 2 angegeben. Die drei Darstellungsformen der Verteilungskurve sind aus Abb. 3a—c zu ersehen.

Mit der vorliegenden Einrichtung kann auch die Ausbeute der gerade untersuchten Schicht bestimmt werden. Zu diesem Zweck wird das Stempeltraggelüst über die obere Zuleitung ans Elektrometer gelegt; das Magnetfeld ist ausgeschaltet. Erteilt man dem Stempel verschiedene positive und negative Potentiale V_{st} gegenüber der umgebenden Apparatur, und mißt man die zugehörigen Stempelströme I_{st} , so erhält man eine Kurve, wie sie in Abb. 4 wieder-

1) G. Mönch, Ztschr. f. Phys. 47. S. 522. 1926.

Tabelle 2
Beispiel für die Messung einer Verteilungskurve

Molybdän (geglüht)

Zeit: 10. September 1940. 22^h

Energie der Primärelektronen: 410 Volt

Gesamte Emission des Glühdrahtes: $2 \cdot 10^{-6}$ Amp.

Spannungsempfindlichkeit des Elektrometers: 400 Skt./Volt¹⁾

Erdfeldkompensation: 0,4 Amp.

Ausbeutemessung:
(mit Ableitungswiderstand
gemessen) $J_P (+20 \text{ Volt}) = 25,0 \text{ Skt.}$ } Ausbeute $\frac{S}{P} = 1,54$
 $J_S (-20 \text{ Volt}) = -13,5 \text{ Skt.}$ }

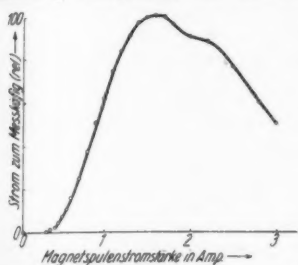
Kontaktpotentialmessung: -0,5 Volt gegen Messing
kompensiert durch +0,5 Volt

i_0	Zeit in Sek. für 40 Skt.	Mittel- werte	Be- zugs- werte	Skt./Sek. (Bezugs- wert = 100)	Skt./Sek. (Max. = 100 „Magnet. Verteilungs- kurve“)	Geschwin- digkeits- verteilung (Max. = 100)	Energie- verteilung (Max. = 100)
1,3	2,68 2,68 2,54 2,68	2,64		100	90,5	100	85,7
0,00	∞	∞	2,64	0	0	0	0
0,30	$40 \times 16,5$	660	2,68	0,4	0,4	1,9	6,9
0,35	$20 \times 10,7$	214	2,72	1,3	1,2	4,9	15,5
0,40	$10 \times 11,5$	115	2,76	2,4	2,2	7,9	21,9
0,45	$4 \times 14,9$	59,5	2,80	4,7	4,3	13,7	33,8
0,50	$4 \times 9,04$	36,16	2,82	7,8	7,1	20,3	45,1
1,3	2,86 2,78 2,80 2,84	2,82					
0,55	$2 \times 12,1$	24,2	2,80	11,5	10,4	27,2	55,0
0,60	$2 \times 8,3$	16,6	2,80	16,9	15,3	36,7	68,0
0,7	10,3	10,3	2,78	27,0	24,4	50,2	79,7
0,8	6,76	6,76	2,78	41,1	37,3	67,1	93,5
0,9	4,94	4,94	2,76	55,9	50,7	81,0	100
1,0	4,04 4,12	4,08	2,76	67,7	61,4	88,4	98,3
1,3	2,72 2,70 2,80 2,72	2,73					
1,1	3,32 3,46 3,28 3,46	3,38	2,75	81,3	73,6	96,5	97,4
1,2	2,96 3,04 2,96 3,02	3,00	2,75	91,5	83,0	99,5	92,0
1,4	2,56 2,56 2,54 2,68	2,58	2,75	106,5	96,5	99,3	78,8
1,5	2,54 2,48 2,54 2,48	2,51	2,75	109,6	99,2	95,1	70,0
1,6	2,48 2,46 2,52 2,50	2,49	2,75	110,4	100	90,0	62,5
1,7	2,44 2,52 2,48 2,54	2,50	2,75	110,0	99,4	84,2	55,0
1,3	2,76 2,72 2,78 2,82	2,77					
1,8	2,60 2,58 2,62	2,60	2,76	106,0	96,1	76,7	47,4
2,0	2,62 2,76 2,86 2,66	2,78	2,76	99,2	90,0	64,7	36,0
2,2	2,84 2,82 2,86 2,88	2,85	2,76	97,0	88,0	57,5	29,2
2,5	3,28 3,28	3,28	2,76	84,1	76,2	43,9	19,5
2,8	4,24 4,12 4,24	4,20	2,76	65,7	59,5	30,4	12,0
3,0	5,00 5,04	5,02	2,76	55,0	49,9	23,9	8,8
1,3	2,68 2,86 2,72 2,76	2,75					

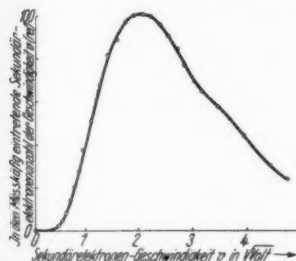
1) Skalenlinearität bis zu 40 Skt. geprüft.

2) Der erste Faktor bedeutet, daß entsprechend weniger Skt. zur Messung benutzt wurden, also z. B. bei $10 \times 11,5$ nur 4 Skt. statt 40 Skt.

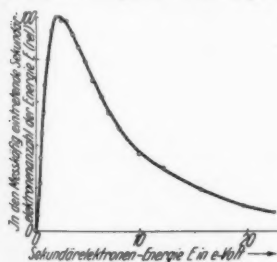
gegeben ist. Aus dieser wird in bekannter Weise die P - bzw. S -Intensität entnommen und die Ausbeute S/P berechnet¹⁾. Diese Messung entspricht der Aufnahme einer Anodenstromcharakteristik



a) „Magnetische Verteilungskurve“



b) Geschwindigkeitsverteilungskurve



c) Energieverteilungskurve

Abb. 3. Kurvendarstellung zum Meßbeispiel

in der Nähe der Gitterspannung bei Dynatronschaltung einer Dreielektrodenröhre. Diese liefert, wie bekannt, nicht ganz exakte Ausbeutewerte, weil sich die Auftreffenergie der P während der Messung selbst etwas ändert, genügt aber für den vorliegenden Zweck, um den Zustand der betreffenden sekundärstrahlenden Fläche beurteilen zu können.

Schließlich können auch noch Gegenspannungskurven der S am Meßkäfig aufgenommen werden, dem zu diesem Zweck steigendes negatives Potential gegen die übrige Apparatur erteilt wird; das Magnetfeld ist dabei auf einen bestimmten Wert eingestellt. Auf diese Weise kann kontrolliert werden, ob wirklich bei einem be-

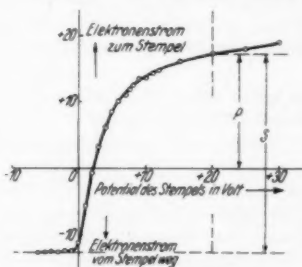


Abb. 4. Bestimmung der Sekundärelektronenausbeute des Stempelmateri als

stimmten Magnetfeld die durch den Analysator gehenden S eine Geschwindigkeit besitzen, die der Größe des eingestellten Magnet-

1) Die Kurve wurde tatsächlich nicht jedesmal vollständig aufgenommen, sondern es wurden nur die Stromwerte für $V_{St.} = +20$ Volt und $V_{St.} = -20$ Volt bestimmt (vgl. das Meßbeispiel in Tab. 2).

feldes entspricht. Ferner kann die Streuung um die mittlere Elektronengeschwindigkeit daraus entnommen werden (vgl. die Kontrollen, wo auch Beispiele für Gegenspannungskurven zu finden sind).

IV. Kontrollen

Eine solche neue Methode kann erst dann als wirklich brauchbar und zuverlässig bezeichnet werden, wenn durch genaue Kontrollmessungen nachgewiesen ist, daß die an sie gestellten Anforderungen erfüllt werden. Aus diesem Grunde werden im folgenden die durchgeführten Kontrollen genauer besprochen.

Magnetfelder

Das zur Messung benutzte Magnetfeld (Longitudinalfeld) wird mit Hilfe eines Helmholtz-Spulenpaares mit einem Durchmesser von 40 cm erzeugt, wobei die einzelnen Windungen der Spule auf einer Kegelfläche unter 45° zur

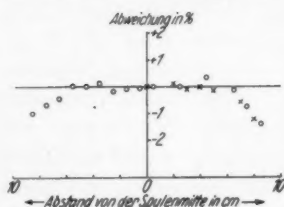


Abb. 5. Ausmessung des Feldes der Helmholtzspule (Longitudinalfeld) in Richtung der Spulenachse: $\circ \circ$; in der Mittelebene senkrecht zur Spulenachse: $\times \times$

Achsenrichtung aufgewickelt sind, um für alle Windungen das gleiche Verhältnis von Spulendurchmesser zu Spulenabstand zu erzielen. Dieses Spulenpaar liefert einen größeren Raum in der Mitte zwischen beiden Spulen, in welchem das Magnetfeld innerhalb der Meßgenauigkeit (einige Promille) konstant ist. Abb. 5 zeigt das Resultat der Ausmessung des Spulenfeldes mit Hilfe einer kleinen Probespule (Galvanometer, Ein- und Ausschalten des Spulenstroms) in Richtung der Spulenachse und in der Mittelebene senkrecht zur Spulenachse: Erst in etwa 6 cm Entfernung von der Spulenmitte werden systematische Abweichungen bemerkbar. Die Apparatur

wird so in dieses Feld hineingestellt, daß die Mitte des Analysators mit der Spulenmitte zusammenfällt.

Wichtig war innerhalb gewisser Grenzen die Justierung des Longitudinalfeldes; nach ungefährr Einstellung der richtigen Lage wurde die Helmholtzspule in zwei zueinander senkrechten Richtungen unter sonst gleichbleibenden Bedingungen verkantet. Es ergab sich, daß die richtige Lage gleichzeitig ein Optimum der durchgehenden Elektronenintensität darstellt.

Das magnetische Erdfeld wurde mit Hilfe einer größeren, entsprechend der Richtung des Erdfeldes schräg gestellten Kreisspule kompensiert; auch hier wurde die vorher erwähnte kleine Meßspule zur Kontrolle der vollständigen Kompensation benutzt.

Um Störungen durch das Magnetfeld des Glühdraht-Heizstromes möglichst zu vermeiden, wurde eine bifilare Zuführung durch einen Draht und einen ihn konzentrisch umgebenden Zylinder gewählt. Bei gleicher Stromverteilung im Zylindermantel ergibt eine solche Anordnung kein Außenfeld in strengem Sinne. Die Größe des verbleibenden Magnetfeldes infolge der haarnadel-förmig gebogenen Glühdrahtspitze ist an der nächstliegenden Stelle des Sekundärelektronenweges sicher kleiner als 0,03 Gauss, ist also für Elektronen-

geschwindigkeiten bis zu $0,08 \sqrt{\text{Volt}}$ (entsprechend etwa $0,05 \text{ Amp.}$) herab vernachlässigbar und jedenfalls ohne Einfluß auf den Verlauf der Verteilungskurve der S .

Primär- und Sekundärelektronen

Der *Primärstrahl* wird durch vier Blenden von je 1 mm Durchmesser in je 8 mm Abstand definiert. Da nur der Glühdraht auf negativer Spannung, alle diese Blenden aber auf dem Potential der Apparatur sich befinden, wird der P -Strahl rein geometrisch begrenzt. Der primäre Auftreffpunkt hat dementsprechend ebenfalls einen Durchmesser von nicht wesentlich mehr als 1 mm.

Die *Primärelektronenmenge* steigt mit steigendem Magnetfeld etwas an, weil einige der vom Glühdraht etwas schräg zur Achse ausgehenden P auf Schraubenbahnen innerhalb des durch die Blenden definierten Zylinders von 1 mm Durchmesser um die Achse herum verbleiben, die sonst durch die Blenden zurückgehalten werden. Die Abhängigkeit der P -Menge von Magnetfeld bei einer P -Energie von 400 Volt ist in Tab. 3 angegeben. Die Korrektur, die danach an den Verteilungskurven hätte angebracht werden können, ist, besonders bei Auftragung als Geschwindigkeits- oder als Energieverteilung, so klein, daß davon in allen Fällen abgesehen wurde.

Tabelle 3

Abhängigkeit der Primärelektronenmenge von der Stärke des Magnetfeldes

i_0 in Amp.	0,00	0,75	1,50	2,25	3,00	3,75
Primärelektronenmenge (relativ)	100	100,5	101,6	103,3	104,4	108,8

Die *Elektrometernaufladung* und damit die Aufladung des Meßkäfigs betrug maximal $\frac{1}{10}$ Volt (40 Skt. Ausschlag bei einer Spannungsempfindlichkeit von 400 Skt./Volt). Bei Messungen mit verschiedenen großen P -Strömen (vgl. Kontrollen unter „Raumladung“) wurde die Mengenempfindlichkeit mit Hilfe einer zugeschalteten Kapazität entsprechend herabgesetzt.

Es wurden *Gegenspannungskurven der S* am Meßkäfig aufgenommen, um die Energie der bei bestimmtem Magnetfeld von der Apparatur durchgelassenen S zu kontrollieren (Abb. 6). Diese Gegenspannungskurven zeigen durch ihren scharfen Abfall an, daß tatsächlich nur ein ganz definierter, mit der Größe des Magnetfeldes anwachsender Geschwindigkeitsbereich der S vom Analysator durchgelassen wird. Trägt man die mittleren Elektronengeschwindigkeiten, nämlich die zur Mitte der Gegenspannungskurven gehörenden, in $\sqrt{\text{Volt}}$ über den zugehörigen Magnetfeldstromstärken i_0 auf, so ergibt sich, wie es sein muß, eine Gerade durch den Koordinatenanfang (Abb. 7). Die Neigung dieser Geraden stimmt befriedigend mit der berechneten (---) überein, die aus der Ausmessung des Helmholtz-Spulenfeldes unter Berücksichtigung der geometrischen Abmessungen der Apparatur gewonnen wurde. Dieser für die absoluten Geschwindigkeits- bzw. Energieabgaben wichtige Zusammenhang wurde jedesmal nach Neuaufrbau der Anordnung, also z. B. nach jeder Ausheizung der Röhre, kontrolliert und ist gleichzeitig eine Bestätigung für die richtige relative Lage des Spulenfeldes zum Analysator.

Der von der Messung erfaßte *Geschwindigkeitsbereich* ist, wie schon auf S. 63/64 ausgeführt, auch bei dieser Methode ebenso wie bei der Methode

des transversalen Magnetfeldes, zur Geschwindigkeit der S proportional. Für die Geschwindigkeitsverteilung kann man daher die Breite des erfaßten Bereiches direkt in Prozenten der zugehörigen mittleren Geschwindigkeit für die

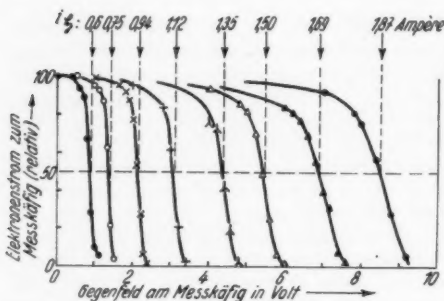


Abb. 6. Gegenspannungskurven am Meßkäfig bei verschiedenen Magnetpulvenstromstärken i_0

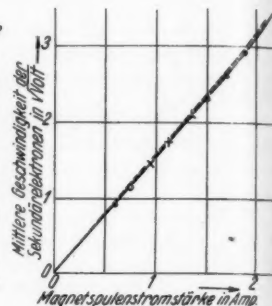


Abb. 7. Zusammenhang zwischen Magnetfeldstärke und vom Analysator durchgelassener mittlerer Elektronengeschwindigkeit

beiden verwendeten Blendengrößen berechnen: 3 und 7%; experimentell ergeben sich etwas größere Werte, nämlich für die kleineren Blenden im Mittel 4,5%. Für die Festlegung der verhältnismäßig breiten Verteilungskurven der S ist der erfaßte Bereich von völlig ausreichender Kleinheit. Wollte man aber nach dieser Methode z. B. die Geschwindigkeitsverteilung von Photoelektronen

oder Glühelktronen untersuchen, so müßte diese Frage erneut geprüft werden (vgl. den Schlußabschnitt dieser Arbeit über die Anwendung der Methode auf Photoelektronen).

Daß die Genauigkeit der Einzelmessungen, die im allgemeinen als Mittel aus 4 Ablesungen gewonnen wurden, genügend groß ist, geht schon aus der geringen Streuung der Meßpunkte einer einzelnen Verteilungskurve hervor (vgl. Abb. 3). Auch zu ganz verschiedenen Zeiten unter möglichst gleichen Vorbedingungen gewonnene Kurven stimmten aber gut überein (Abb. 8), und es läßt sich nur schwer ent-

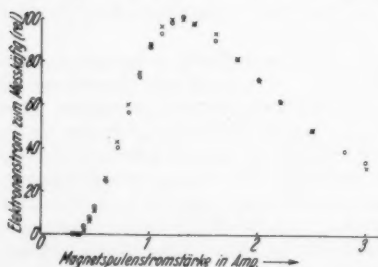


Abb. 8. Zur Reproduzierbarkeit der Messungen: Magnetische Verteilungskurve an zwei verschiedenen, bei 300°C ausgeheizten Mo-Flächen im Abstand von 9 Tagen (dazwischen Apparatur geöffnet)

scheiden, ob die verbleibenden Abweichungen meßtechnisch bedingt sind oder ob es sich um wirkliche Änderungen der Kurve handelt.

Ausheizung und Gasbeladung

Als unbedingte Notwendigkeit für das einwandfreie Arbeiten der ganzen Anordnung stellte sich die *Ausheizung* der gesamten Röhre heraus (wenigstens einige Stunden bei 300°C , im allgemeinen wurde etwa ein Tag bei $350\text{--}400^{\circ}\text{C}$ ausgeheizt, wenn nicht speziell leicht verdampfbare Substanzen zwecks Untersuchung in der Apparatur waren). Ohne diese Ausheizung war die Anordnung für ganz langsame Elektronen, also für den hier besonders interessierenden Bereich, mehr oder weniger *undurchlässig*. Der Grund hierfür ist wohl in Kontaktpotentialdifferenzen und Aufladungserscheinungen an den Blendenrändern bei nicht ganz sauberen Oberflächen zu suchen¹⁾. Der nach Ausheizung erreichte Endzustand der Verteilungskurve ließ sich dann auch durch Anwendung höherer Ofentemperaturen oder durch direktes Ausglühen der Metallteile der Apparatur nicht mehr irgendwie beeinflussen. Abb. 9 dient zur Erläuterung dieses Verhaltens der nicht genügend gereinigten Apparatur: Nach „Reinigung“ der Metallteile in einem Sandstrahlgebläse²⁾ werden langsame Elektronen überhaupt nicht durchgelassen. Nach teilweiser Reinigung durch Abschaben und Abdrehen ist wenigstens ein Anstieg zum *S*-Maximum angedeutet, die Kurve mündet aber bereits bei einer Abszisse ein, die etwa Elektronen von 9 Volt Energie entspricht.

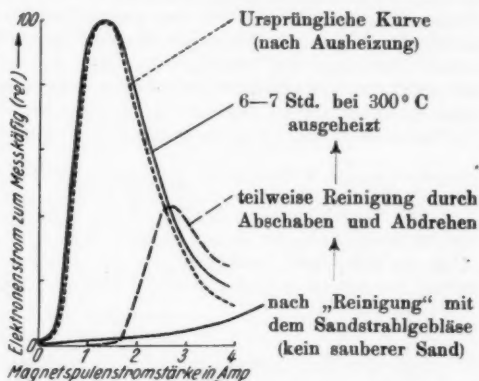


Abb. 9. Einfluß der Sauberkeit der Apparatur auf die Messung der Verteilungskurven

Erst nach gründlichem Ausheizen wird die früher nach dem Ausheizen gewonnene Kurve wieder erreicht.

Der Einfluß der Gasbeladung war bei den vorliegenden Messungen zweierlei Art:

a) Nach dem Ausheizen der gesamten Röhre im Ofen stellt sich zunächst schneller, dann langsamer wieder ein gewisser Endzustand ein, wobei sich die gesamte Verteilungskurve gleichmäßig nach höheren Energien verschiebt, wenn die Messungen ohne irgendwelche sonstigen Änderungen, also vor allem ohne Behandlung der sekundärstrahlenden Schicht, einfach von Zeit zu Zeit wiederholt werden, während die Apparatur dabei dauernd an der Pumpe belassen wird. Dieser Effekt ist allerdings so klein, daß er nur mit einer so empfindlichen Nachweismethode wie der vorliegenden bzw. mit der Methode des

1) Vgl. entsprechende Erscheinungen bei C. Ramsauer u. R. Kollath, Ann. d. Phys. 3. S. 536. 1929.

2) Offenbar unsauberer Sand, da frühere Messungen von W. Ende (Phys. Ztschr. 30. S. 477. 1929) ausgezeichnete Resultate bei Reinigung mit einem Sandstrahlgebläse ergeben haben.

transversalen Magnetfeldes überhaupt wahrnehmbar sein wird. Ob es sich hierbei, wenn auch in sehr kleinem Maßstabe, um ähnliche Erscheinungen handelt, wie sie eben unter „Ausheizung“ besprochen wurden oder um wirkliche Eigenschaftsänderungen der sekundärstrahlenden Schicht, läßt sich nur schwer entscheiden.

b) Grundsätzlich andere Resultate ergeben sich jedenfalls, wenn man das sekundärstrahlende Metall einer Glühbehandlung unterwirft und daran anschließend ebenfalls von Zeit zu Zeit ohne sonstige Änderungen die Messung durchführt: Hierbei findet eine mehr oder weniger große Verschiebung der Verteilungskurven nach *kleineren* Energien hin statt. Es handelt sich hierbei offenbar um eine wirkliche Änderung der Energie der Sekundärelektronen durch langsam sich wieder einstellende Gasbeladung der sekundärstrahlenden Schicht. Diese Verschiebung stimmt auch in ihrer Richtung durchaus mit früheren Ergebnissen z. B. von Langenwalter¹⁾ oder mit kürzlich veröffentlichten Messungen von Reichelt²⁾ überein. Sie ist je nach dem Material sehr verschieden groß: Bei Tantalschichten ist sie eben nachweisbar, während sie bei Molybdän und bei Berylliumschichten erhebliche Ausmaße annimmt; man kann geradezu sagen, daß die Gasbeladung bei diesen Schichten das wahre Verhalten des Metalls völlig überdeckt (vgl. die Meßergebnisse, speziell Abb. 13).

Raumladung

Die Verteilungskurve hängt in ihrer Form für *P*-Ströme zwischen 10^{-10} und 10^{-8} Amp. von der Primärintensität nicht ab. In diesem Bereich, in dem sämtliche Messungen durchgeführt wurden, spielt also jedenfalls die Raumladung vor der sekundärstrahlenden Platte noch keine Rolle.

Apparatives

Zur richtigen Auffassung der *S* im Meßkäfig ist zu beachten, daß bei genau gleicher Länge des Meßkäfigs und des Analysators ein Teil der *S* wieder

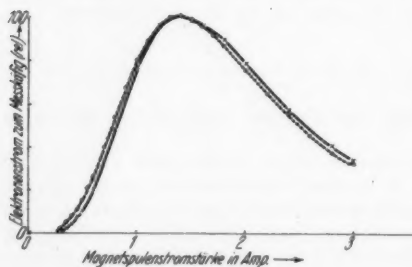


Abb. 10. Verteilungskurvenmessung mit verschiedenem Potential des Meßkäfigs.

0 Volt am Meßkäfig: × ×
+20 Volt am Meßkäfig: ○ ○

aus dem Meßkäfig herausfallen wird. Die auf die Rückwand fokussierten *S* werden nämlich dort zu einem gewissen Prozentsatz reflektiert, nehmen dann im Magnetfeld ihren Weg in umgekehrter Richtung und werden dabei wieder auf die Käfigöffnung zurückfokussiert. Zur Vermeidung dieser Fehlerquelle wurde ein Zylinder kleineren Durchmessers in den Meßkäfig eingesetzt (vgl. Abb. 1); die im Magnetfeld laufenden Elektronen treffen auf diesen vor Erreichung des Fokussierungspunktes auf, so daß die dabei reflektierten Elek-

1) H. W. Langenwalter, Ann. d. Phys. [5] 24. S. 273. 1935.

2) W. Reichelt, Ann. d. Phys. [5] 38. S. 293. 1940.

tronen erst nach mehrmaliger Reflexion aus dem Raum zwischen beiden Zylindern herausgelangen könnten. Daß letzteres nicht der Fall ist, zeigt die weitgehende Übereinstimmung der beiden Verteilungskurven in Abb. 10, deren eine in üblicher Weise aufgenommen ist (Potential des Meßkäfigs gleich dem der übrigen Apparaturteile), während bei der anderen Messung dem Meßkäfig ein positives Potential von 20 Volt erteilt wurde, so daß die reflektierten S nicht wieder herauskönnen. Die verbleibende kleine Abweichung läßt sich mit dem Hineingreifen dieses starken Ziefeldes in den Analysatorraum zwanglos deuten.

Das richtige Arbeiten der Meßanordnung kann auch durch Feststellung des Verbleibs der gesamten Menge der primären und sekundären Elektronen kontrolliert werden: Es wurde der Prozentsatz des gesamten von der Platte ausgehenden S -Stroms berechnet, der unter bestimmten Versuchsbedingungen (im Maximum der Verteilungskurve) in den Meßkäfig gelangen sollte. Hierbei wurde die auftretende P -Menge gemessen, mit Hilfe der Ausbeute der gesamte S -Strom festgestellt und dann unter Berücksichtigung des vom Analysator durchgelassenen Winkel¹⁾- und Energiebereichs der durchgehende Anteil zu 0,36% berechnet. Der tatsächliche Strom zum Meßkäfig wurde experimentell zu 0,44% bestimmt.

Kontaktpotentialmessung

Zur Messung des Kontaktpotentials wurde eine bereits früher verwendete Methode benutzt²⁾. Ihr Prinzip besteht darin, daß die von einem glühenden Wolframdraht ausgehenden Elektronen auf die zu untersuchende Platte hin beschleunigt werden und dann durch Anlegen von Gegenfeldern an die Platte eine Gegenspannungskurve an dieser Platte aufgenommen wird (Anordnung Abb. 2, Stempel 2). Je nach der Größe und Richtung des Kontaktpotentials der Platte gegen die Oberfläche des glühenden Wolframdrahtes wird die Abszissenlage der Gegenspannungskurve verschieden sein, woraus sich die Größe des Kontaktpotentials ergibt. Ein Beispiel für Messungen dieser Art ist in Abb. 11 dargestellt. Da sich hierbei nur die relative Größe des Kontaktpotentials gegen dasjenige der Oberfläche des glühenden Wolframdrahtes ergibt, wurde zunächst immer eine Messingplatte als Bezugsplatte hinzugenommen, die aus dem gleichen Material wie die Apparatur selbst bestand und in gleicher Weise wie die Apparatur behandelt war; ihr Kontaktpotential wurde als Nullwert angenommen. Aus Abb. 12 ergibt sich hiernach das zu kompensierende Kontaktpotential z. B. für die gegläute Molybdänfläche als Abszissendifferenz zwischen der Molybdän(gegl.)- und der Messingkurve zu $-1,0$ Volt (das Vorzeichen aus der Richtung der Verschiebung). Die als Kompensation an die Platte anzulegende Spannung beträgt also $+1,0$ Volt, gerechnet gegen das Potential des Analysators.

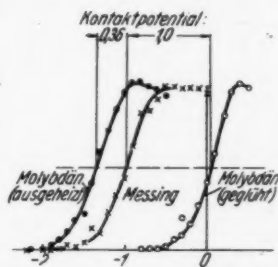


Abb. 11. Messung des Kontaktpotentials von ausgeheiztem und ausgeglühtem Molybdän gegen Messing

1) Es wurde gleiche Winkelverteilung angenommen.

2) G. Mönch, Ztschr. f. Phys. 47. S. 522. 1926.

Später wurde dann eine andere Methode benutzt, die aus den Ergebnissen dieser Arbeit selbst folgt und eine erheblich einfachere und vor allem schnellere Bestimmung der notwendigen Kompensationsspannung zur Erzielung eines feldfreien Raumes zuläßt. Zum Verständnis dieses neuen Verfahrens fragen wir zunächst nach dem Einfluß kleiner positiver und negativer Potentiale an der sekundärstrahlenden Platte auf den Verlauf der Verteilungskurve (Abb. 12): Positive Potentiale verschieben die Verteilungskurve bei annähernd gleichbleibender Form nach höheren Energien hin, negative Potentiale machen die Kurve schmaler bei etwa gleichbleibender Abszissenlage des Maximums. Ganz gleich, ob positive oder negative Spannung an die Platte angelegt wird, im Anfangsverlauf sinkt die Verteilungskurve ab. Dies Verhalten der Verteilungs-

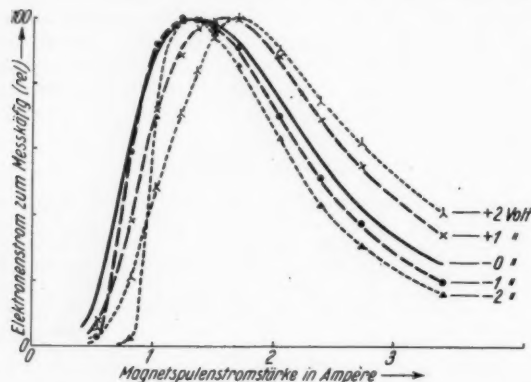


Abb. 12. Einfluß positiver und negativer Potentiale an der sekundärstrahlenden Platte auf die Verteilungskurve

kurve läßt sich durch Messung in noch kleineren Schritten (das Potential der Platte wurde dabei von 0,2 zu 0,2 Volt variiert) noch genauer belegen und führt zu der Feststellung: Die Verteilungskurve zeigt in ihrem Anfangsverlauf die höchsten Ordinatenwerte dann, wenn kein Kontaktpotential zwischen sekundärstrahlender Platte und umgebender Apparatur vorhanden ist. Diese experimentelle Feststellung ist auch durchaus verständlich, denn irgendwelche Felder bringen Richtungs- und Geschwindigkeitsänderungen der S von solcher Art mit sich, daß die S in ihrer Richtung und Geschwindigkeit nicht mehr zu der durch die Blenden vorgeschriebenen Bahn passen und dann vom Analysator zurückgehalten werden. Daß sich diese Änderungen am stärksten bei den langsamsten Elektronen (Anfangsverlauf der Verteilungskurven) bemerkbar machen, ist selbstverständlich. Daraus folgt aber eine sehr bequeme und einfache Methode zur Kompensation des Kontaktpotentials: Bei einem kleinen Wert der Magnetspulenstromstärke, z. B. bei 0,5–0,6 Amp., wird die Kompensationsspannung variiert, bis der Elektronenstrom zum Meßkäfig ein Maximum wird. Die Auffindung dieses Maximums läßt sich bequem und schnell durchführen, denn es ist genügend scharf, um die notwendige Kompensationsspannung auf $\pm 0,1$ Volt festlegen zu können. In dieser Weise wurde dann ein großer Teil der Messungen durchgeführt.

V. Einige Meßergebnisse an Sekundärelektronen als Anwendungsbeispiele der Longitudinalfeldmethode

Im folgenden soll die Verwendbarkeit der Methode des longitudinalen Magnetfeldes an einigen Beispielen aus dem Gebiet der Sekundärelektronenemission dargelegt werden, die den Einfluß einer Glühbehandlung des Sekundärstrahlermaterials betreffen.

Tantal (Abb. 13). Die magnetische Verteilungskurve der Sekundärelektronen aus Tantal zeigt nach dem Ausheizen bei 400° C (gleichzeitig mit der gesamten Apparatur, vgl. S. 71) einen glatten Verlauf

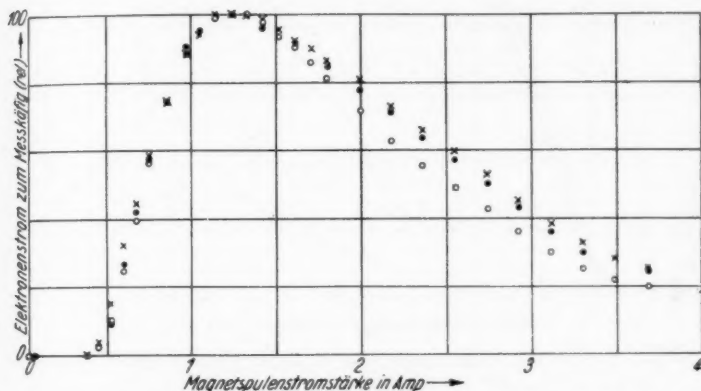


Abb. 13. Magnetische Verteilungskurven der Sekundärelektronen aus Tantal ausgeheizt bei 400° C: ○ ○; ausgeglüht bei 800° C: × ×; am nächsten Tag: ● ●

mit einem Maximum. Nach dem Ausglühen bei heller Rotglut hat sich die Verteilungskurve nur bei größeren Magnetfeldern und auch da nur unwesentlich erhöht. Überläßt man die Tantaloberfläche danach sich selbst, so nähert sich die Verteilungskurve im Verlauf einer längeren Zeit (von der Größenordnung einer Woche) wieder ihren ursprünglichen Werten; dieser Vorgang ist bei der Wiederholung der Messung am nächsten Tage bereits angedeutet und tritt noch klarer beim Molybdän hervor.

Molybdän (Abb. 14). Hier treten erhebliche Änderungen der Verteilungskurve auf, wenn man vom ausgeheizten zum ausgeglühten Zustand übergeht: aus der vorher glatten Verteilungskurve mit nur einem Maximum hebt sich nach dem Ausglühen bei heller Rotglut in dem untersuchten Bereich ein zweites Maximum heraus, das nach kräftigem Glühen stärker hervortritt. Außerdem ist im Bereich des Anstiegs der Verteilungskurve eine merkliche Verschiebung nach größeren Elektronengeschwindigkeiten hin festzustellen. Überläßt

man nun die Molybdänplatte sich selbst und wiederholt man die Messungen von Zeit zu Zeit, so nähert sich die Verteilungskurve ihrer ursprünglichen Form, d. h. das zweite Maximum verschwindet allmählich wieder und auch im Kurvenanstieg zeigt sich eine Tendenz zur Verschiebung nach kleineren Elektronengeschwindigkeiten hin. Nur von Haworth¹⁾ wurde bisher festgestellt, daß eine Sekundärelektronen-Energieverteilungskurve mehrere Maxima haben kann.

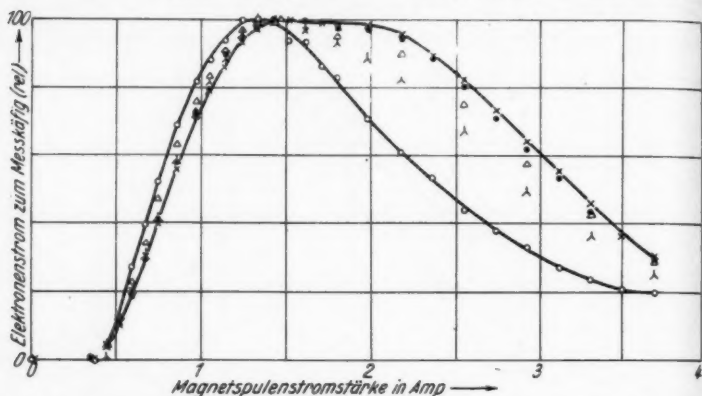


Abb. 14. Magnetische Verteilungskurven der Sekundärelektronen aus Molybdän ausgeheizt bei 400° C: ○—○; ausgeglüht bei 600—700° C: △△; ausgeglüht bei 800° C: ×—×; am nächsten Tag: ●●; nach 4 Tagen: ▲▲

Seine Angabe, daß sowohl beim Molybdän als auch beim Columbium nach starkem Glühen mehrere Maxima erscheinen, wird jedenfalls für Molybdän durch die vorliegenden Messungen bestätigt; auch die hier gefundene Lage des zweiten Molybdänmaximums (etwa 12 Volt) stimmt mit dem von Haworth angegebenen Wert (etwa 11 Volt) befriedigend überein, wenn man berücksichtigt, daß sich die Lage eines so breiten und flachen Maximums nur mit einer gewissen Unsicherheit angeben läßt.

Beryllium. In den beiden eben betrachteten Fällen konnten wir die direkt gemessenen magnetischen Verteilungskurven vor und nach dem Glühen der betreffenden Metalle ohne weiteres miteinander vergleichen, indem wir sie willkürlich auf gleiche Maximalhöhe brachten; denn beim Ausglühen von Tantal oder von Molybdän ändert sich die Zahl der aus der Schicht heraustretenden Sekundärelektronen nur unwesentlich (sie wird wegen der Entfernung der

1) L. J. Haworth, Phys. Rev. 48. S. 88. 1935.

Gasschicht von der Metalloberfläche im allgemeinen etwas kleiner). Wesentlich anders liegt aber die Sache bei einer auf eine Unterlage aufgedampften Berylliumschicht. Diese sendet unmittelbar nach dem Aufdampfen nur etwa 1 Sekundärelektron/Primärelektron aus. Glüht man aber eine solche Schicht, so steigt ihr Ausbeutefaktor auf einen vielfachen Wert an. Infolge der Glühbehandlung treten also bei gleicher auftreffender Primärelektronenzahl eine große

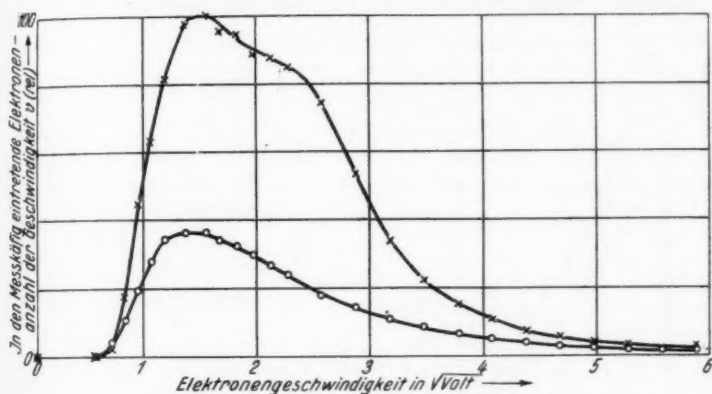


Abb. 15. Geschwindigkeitsverteilungskurven der Sekundärelektronen aus Beryllium

somit nach dem Aufdampfen der Be-Schicht: $\circ \circ$

nach 10 Min. Glühen bei heller Rotglut: $\times \times$

(gleiche eingestrahle Primärelektronenmenge für beide Kurven!)

Anzahl von Sekundärelektronen zusätzlich aus der Schicht heraus. Eine naheliegende Frage ist nun die, welche Energie diese nach dem Glühen zusätzlich austretenden Sekundärelektronen besitzen, ob sie sich gleichmäßig über den gesamten Energiebereich verteilen oder ob sie hauptsächlich einer bestimmten Energie zugehören. Zur Beantwortung dieser Frage dürfen wir nicht die magnetischen Verteilungskurven miteinander vergleichen, weil bei diesen kein einfacher Zusammenhang zwischen Kurvenhöhe und Sekundärelektronenanzahl besteht (vgl. S. 63, Anm. 2), sondern wir müssen die Geschwindigkeits- oder die Energieverteilungskurven betrachten, bei denen die Ordinatenhöhe ein direktes Maß für die Sekundärelektronenanzahl¹⁾

1) Genauer: „für die pro Sekunde aus dem Sekundärstrahler herauskommende Sekundärelektronenanzahl“. In diesem Sinne sind „Elektronenmenge“ und „Elektronenanzahl“ durchweg in dieser Arbeit zu verstehen, da es sich immer um Sekundärelektronenströme handelt.

eines schmalen Geschwindigkeitsbereichs Δv oder Energiebereichs ΔE darstellt. In der Geschwindigkeitsverteilungskurve (Abb. 15) entspricht die Gesamtfläche zwischen Kurve und Abszissenachse der Gesamtzahl der Sekundärelektronen bei gleicher auftreffender Primärelektronenmenge; die nach dem Glühen der Schicht zusätzlich aus dieser heraustretenden Sekundärelektronen verteilen sich in ihren Geschwindigkeiten über die ganze Breite der Verteilungskurve, bemerkenswert ist nur eine gewisse Bevorzugung der Elektronen

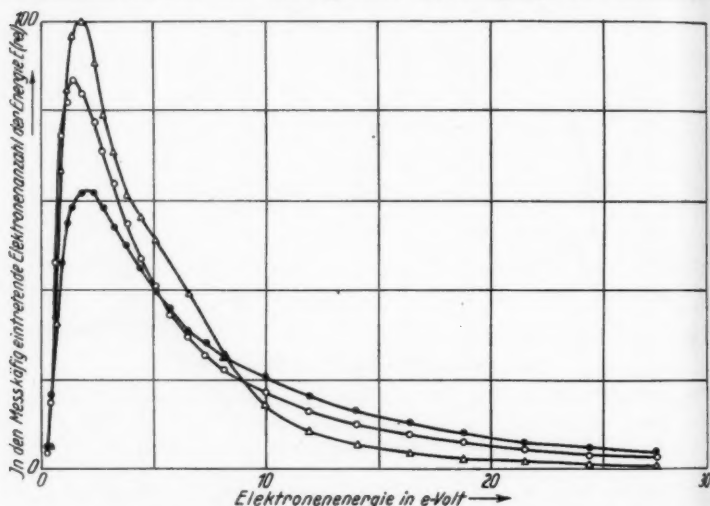


Abb. 16. Energieverteilungskurven der Sekundärelektronen aus Tantal ($\circ \circ$), Molybdän ($\bullet \bullet$), Beryllium ($\triangle \triangle$) (gleiche Sekundärelektronengesamtmenge!)

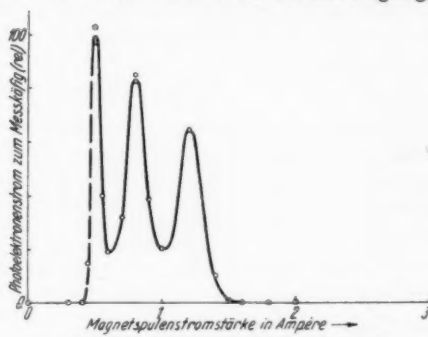
von etwa 6 Volt (zweites Maximum bei $\sim 2,5 \sqrt{\text{Volt}}$). — Ferner zeigt Abb. 15, daß das Auftreten mehrerer Maxima in der Verteilungskurve nicht etwa eine spezielle Eigenschaft des Molybdäns ist.

In Abb. 16 sind schließlich noch die Energieverteilungskurven von Tantal, Molybdän und Beryllium (alle drei im geglühten Zustand) in einem solchen Maßstab zusammengestellt worden, daß die Flächen unter allen drei Kurven gleich groß sind. Diese Kurven beantworten also die Frage: Wie verteilt sich die gleiche Gesamtmenge von Sekundärelektronen aus Tantal-, Molybdän- und Berylliumschichten auf die verschiedenen Energien? Die vorher gezeigten Abweichungen vom glatten Kurvenverlauf beim Molybdän und Beryllium treten in dieser Darstellung stark zurück, beim Beryllium ist das zweite Maximum bei 6 Volt noch deutlich erkennbar, während

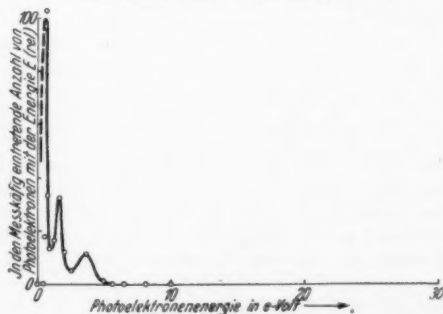
das Molybdänmaximum bei 12 Volt sich nur noch als schwache Abweichung vom glatten Kurvenabfall bemerkbar macht. Die Energieverteilungsmaxima liegen bei diesen drei Metallen in der Reihenfolge Ta, Be, Mo bei bzw. 1,4, 1,8, 2,2 Volt. Schon diese ersten Ergebnisse bestätigen die Brauchbarkeit der Methode des longitudinalen Magnetfeldes für die Untersuchung der Energieverteilung von Sekundärelektronen und zeigen, daß diese Energieverteilung merklich vom Material des Sekundärstrahlers abhängt.

VI. Die Energieverteilung der Photoelektronen aus einer Caesium-Antimon-Photoschicht

Um die Brauchbarkeit der Methode auch für die Messung der Energieverteilungskurve von Photoelektronen zu prüfen, wurde ein vorläufiger Versuch angestellt, der sich mit der vorhandenen Anordnung direkt durchführen ließ: Die Elektronenbeschleunigungsspannung des Glühdrahtes wurde weggenommen, so daß dieser keine Elektronen mehr emittierte, sondern nur noch das Licht des glühenden Wolframdrahtes. Dieses fiel auf einen Stempel, dessen Oberfläche aus einer Caesium-Antimon-Photoschicht bestand¹⁾. Wollte man eingehendere Messungen dieser Art mit einfarbigem Licht durchführen, so könnte ein Lichtstrahl vom Meßkäfig her durch die Achse der Apparatur auf die Platte gelenkt werden, wobei die achsennahen Strahlen durch eine für Licht durchlässige, für langsame Elektronen undurchlässige Schicht aus-



a) „Magnetische Verteilungskurve“



b) Energieverteilungskurve

Abb. 17. Energieverteilung der Photoelektronen aus einer Caesium-Antimon-Schicht (bei Bestrahlung mit dem Licht eines Wolframglühdrahtes)

1) Vgl. P. Görlich, Ztschr. f. Phys. 101. S. 335. 1936.

zublenden wären. Es ergab sich die in Abb. 17a dargestellte magnetische Verteilungskurve, die zugehörige Energieverteilungskurve gibt Abb. 17b wieder¹⁾. Zum Verständnis dieser Verteilungskurve müssen wir daran denken, daß das Licht des Glühdrahtes nicht einheitlich ist, sondern annähernd der Strahlung eines schwarzen Körpers entspricht. Die Energieverteilungskurve wird also in einem gewissen Zusammenhang mit der sogenannten spektralen Verteilungskurve dieser Photoschicht stehen, worauf hier nicht näher eingegangen werden soll. Die Photoelektronenmaxima sind, verglichen mit den Sekundärelektronenmaxima, so scharf, daß sich hier vielleicht die Breite des von der Messung erfaßten Energiebereichs verwaschend bemerkbar machen könnten (vgl. S. 69 oben), die wirklichen Photoelektronenmaxima könnten also vielleicht etwas schmaler sein. Schön dieser erste Versuch der Festlegung einer Energieverteilungskurve von Photoelektronen mit Hilfe der Methode des longitudinalen Magnetfeldes zeigt aber ihre Brauchbarkeit auch für diese Zwecke.

VII. Zusammenfassung

1. Zur Untersuchung der Energieverteilung von Sekundärelektronen wurde eine für diesen Zweck bisher nicht verwendete Methode, die des longitudinalen Magnetfeldes, herangezogen und die Bedingungen genauer untersucht, unter denen eine einwandfreie Messung der Energieverteilung sich durchführen läßt.

2. Als Beispiel für die Brauchbarkeit der Methode werden einige Meßergebnisse an Schichten von Tantal, Molybdän und Beryllium wiedergegeben, speziell wird der Einfluß einer Glühbehandlung dieser Schichten auf den Verlauf der Verteilungskurve besprochen.

3. Vorläufige Energieverteilungsmessungen an Photoelektronen von einer Caesium-Antimon-Photoschicht zeigen die Brauchbarkeit der Methode des longitudinalen Magnetfeldes auch für die Messung der Energieverteilung von Photoelektronen.

1) Die Messung wurde in ihrem Anfangsverlauf (leicht beeinflussbare langsamste Elektronen), trotz größter Vorsichtsmaßregeln durch die Bildung von Kontaktpotentialdifferenzen beim Aufdampfen der Substanzen beeinträchtigt und hat dort nur qualitativen Wert; doch ist das Auftreten der drei scharfen Maxima und besonders der steile Abfall zur Abszissenachse bei ~ 5 Volt sicher zeitlich unmittelbar folgende Kontrollmessung an einer Silberfläche). Da die Messung sehr schnell gehen mußte, wurden nur die Extremwerte selbst durch Messung direkt bestimmt.

Berlin-Reinickendorf.

(Eingegangen 4. November 1940)

ellte
urve
urve
nicht
rzen
nem
ngs-
ein-
chen
viel-
eichs
die
t was
einer
hode
auch

adär-
udete
und
freie

orden
und
flüh-
curve

onen
rkeit
sung

Stbare
ldung
chtigt
arfen
sicher
da die
durch